

Umdrucke Baustatik II

Ausgabe WS 2004/2005

Stand 2.9.2004



FB02 Studiengang Bauingenieurwesen

– Stahlbau und Gestaltungstechnik –

Prof. Dr.-Ing. Christoph Seeßelberg

Inhalt der Vorlesung Baustatik II für Stahlbauer - Prof. Dr.-Ing. C. Seeßelberg

- 3. + 4. Semester – Studienjahr 2004/2005

1. Grundlagen

- 1.1 Aufgaben und Ziele Baustatik II
- 1.2 Idealisierung der statischen Aufgabe
- 1.3 Grundgleichungen

2. Kinematik starrer Körper

- 2.1 Einführung, Grundbegriffe
- 2.2 Der Polplan
- 2.3 Brauchbarkeit von Tragwerken

3. Schnittgrößen nach dem Prinzip der virtuellen Verrückungen (PvV)

- 3.1 Das Prinzip
- 3.2 Schnittgrößen bestimmen mit dem PvV

4. Einflußlinien statisch bestimmter Tragwerke

- 4.1 Statische Ermittlung von EL
- 4.2 Ermittlung von EL auf kinematischem Weg
- 4.3 Auswertung von EL

5. Elastische Formänderungen

- 5.1 Verformungsarten
- 5.2 Differentialgleichung der Biegelinie
- 5.3 Die Mohrsche Analogie
- 5.4 Berechnung von Formänderungen mit Energiemethoden
- 5.5 Einflußlinien von Formänderungen
- 5.6 Skizzieren von Biegelinien

6. Kraftgrößenmethode (KGV)

- 6.1 Einführung in die Berechnung statisch unbestimmter Systeme
- 6.2 Der Grundgedanke des KGV
- 6.3 Allgemeine Darstellung des KGV
- 6.4 Zur geschickten Auswahl stat. best. Grundsysteme
- 6.5 Ausnutzung von Symmetrieeigenschaften
- 6.6 Lastfall Temperatur
- 6.7 Lastfall vorgeschriebene Verformungen
- 6.8 Tragwerke mit elastischer Lagerung
- 6.9 KGV bei senkrecht zu ihrer Ebene belasteten Systemen
- 6.10 Verformungen von statisch unbestimmten Systemen

7. Erster Einblick in die Anwendung von Stabwerksprogrammen im Stahlbau

- 7.1 Kurzer Einblick in die Theorie
- 7.2 Stab2D als Beispiel für ein Stabwerksprogramm

8. Drehwinkelverfahren bei unverschieblichen Tragwerken

- 8.1 Prinzip
- 8.2 Unverschiebliche Systeme

9. Einflußlinien für Schnittgrößen statisch unbestimmter Systeme

- 9.1 EL einer statisch Unbestimmten
- 9.2 EL einer Schnittgröße, die nicht als statisch Unbestimmte gewählt wurde
- 9.3 Weitere Möglichkeiten zur Bestimmung der EL
- 9.4 Auswertung von EL statisch unbestimmter Systeme

10 Torsion

- 10.1 Was ist Torsion ?
- 10.2 St. Venantsche Torsion für Vollquerschnitte
- 10.3 St. Venantsche Torsion für geschlossene, dünnwandige Profile
- 10.4 St. Venantsche Torsion für dünnwandige, offene Profile
- 10.5 Querschnittswerte der Wölbkrafttorsion
- 10.6 Schnittgrößen: primäres und sekundäres Torsionsmoment und Wölbmoment
- 10.7 Spannungen infolge Wölbkrafttorsion
- 10.8 Vorgehensweise bei der Lösung von Torsionsaufgaben

11. Einblick in das Tragverhalten von Flächentragwerken

11.1 Allgemeines

11.2 Platten

11.3 Membrane

Literatur

- Schneider/Schweda, Baustatik-Statisch bestimmte Systeme; Werner Verlag, 5. Auflage 1999 *)
- Rubin, Schneider, Baustatik, Theorie I. und II. Ordnung, WIT3, Werner Verlag, 4. Auflage 2000 *)
- Schweda,Krings; Baustatik - Festigkeitslehre, WIT, Werner Verlag, 3. Auflage 2000 *)
- Wagner, Erlhof, Praktische Baustatik, Band 1, Band 2 , Band 3 , Teubner Verlag
- Schneider, Bautabellen für Ingenieure, 16. Auflage, Werner Verlag 2004
- Werkle, Horst; Finite Elemente in der Baustatik, 2. Auflag, Vieweg Verlag, 2001
- Friemann, Schub und Torsion in geraden Stäbden, 2. Auflage, Werner Verlag Düsseldorf 1993
- Schweda,Krings; Baustatik - Festigkeitslehre, WIT, Werner Verlag, 3. Auflage 2000
- Wagenknecht,G.; Stahlbau-Praxis mit Berechnungsbeispielen, Band 1, Bauwerk Verlag, Berlin 2002

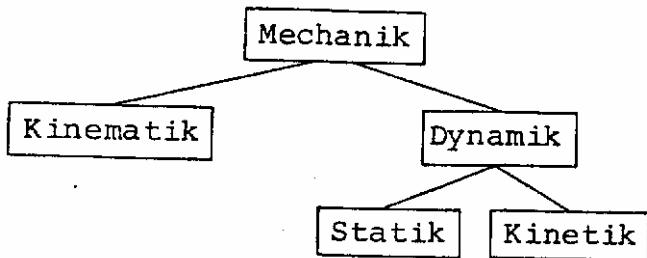
Die mit *) gekennzeichneten Bücher sind besonders dazu geeignet, den Vorlesungstoff nachzuarbeiten.

1. Einführung

(Dieses Kap. ist weitgehend angelehnt an E.Ramm, Stabtragwerke I, Script Uni Stuttgart, Auflage 1994)

1.1 Aufgaben und Ziele Baustatik II

Die Statik ist ein Teilgebiet der Mechanik. Sie ist als Sonderfall der Dynamik die Lehre von den Kräften bei Systemruhe, also die Lehre vom Gleichgewicht der Kräfte, wie im Bild dargestellt. Dabei beschränkt sich das Fach „Baustatik“ auf die Statik fester Körper, insbesondere auf die Tragwerke des Bauingenieurwesens.



- Kinematik: Geom. Beschreibung der Bewegung
- Dynamik: Lehre von Kräften
- Kinetik: Lehre von Kräften bei Bewegung
- Statik: Lehre von Kräften bei Systemruhe

Die Baustatik ist ein wesentlicher Bestandteil in den verschiedenen Entwurfsphasen bei der Entstehung einer Baukonstruktion, die sich mit der Dimensionierung, dem Standsicherheitsnachweis und dem Gebrauchsfähigkeitsnachweis befassen. Sie beschränkt sich nicht nur auf die Ermittlung von Kräften und Verformungen von Tragwerken, sondern schließt bei der Bestimmung dieser Größen die Gesichtspunkte der

- * Sicherheit,
- * Wirtschaftlichkeit,
- * Formfindung und Funktion

mit ein. Wenngleich sich auch die Lehre der Baustatik schwerpunktmäßig *auf* die Rechenmethoden konzentriert, so ist doch der ganzheitliche Aspekt immer im Auge zu behalten. Eine „statische Berechnung“ umfaßt alle Fachgebiete des Stahlbaus bzw. des konstruktiven Ingenieurbaus, so daß Kenntnisse in allen Bereichen notwendig sind. Der „Statiker“ sollte sich keineswegs als reiner Rechner verstehen.

Im Rahmen der gesamten Ingenieuraufgabe umfaßt der baustatische Bereich:

- das Auffinden eines realistischen statischen Modells aus dem vorgegebenen Entwurf
- die Auswahl eines geeigneten Berechnungsverfahrens,
- die Ausführung der statischen Berechnung
- die Beurteilung der Ergebnisse.

Klassische Statik - Computerstatik

Wie in vielen rechenorientierten Fachgebieten hat die Entwicklung des Rechners und entsprechender computerorientierter Verfahren auch die Baustatik sehr stark beeinflusst. Während früher ein Hauptziel der statischen Berechnung in der Reduktion des Aufwandes, z.B. bei der Anzahl der Unbekannten, lag, so ist dieses heute nicht mehr vorrangig. Neben den Vorteilen sind damit aber durchaus auch Nachteile verbunden.

Computerrechnung	
Vorteile	Nachteile
<ul style="list-style-type: none"> * häufig einfacher * Schnelligkeit * größere Systeme berechenbar * genauere Modellierung möglich 	<ul style="list-style-type: none"> * schwierige Beurteilung (Black-Box-Prinzip) * Datenüberfluß ("Zahlenfriedhöfe") * Hang zu unnötigem Aufwand und unzumutbarem Einsatz * Computergläubigkeit

Die mit den Nachteilen verbundenen Gefahren sind nicht zu unterschätzen, vor allem der fehlende Zwang zur Vereinfachung und die erschwerte Interpretationsfähigkeit. Deshalb sind die klassischen baustatischen Verfahren für Überschlags- und Kontrollrechnungen sowie als Hintergrundwissen für die Rechnermethoden nach wie vor von großer Bedeutung. Andererseits ist der Rechner heute ein unentbehrliches Hilfsmittel. Neben der Erleichterung in der täglichen Ingenieurpraxis bietet er die Möglichkeit, den Einfluß von Parameteränderungen abzuschätzen, die Zuverlässigkeit von Näherungsverfahren zu überprüfen und die Grenzen bestimmter Voraussetzungen zu beurteilen.

Der Ingenieur muß genügend Grundkenntnisse über die eingesetzten Rechenverfahren besitzen, um Voraussetzungen, Idealisierungen und Ergebnisse beurteilen zu können. Die Wechselbeziehung zwischen baustatischer Rechnung und Konstruktion kann dem Ingenieur durch den Computer erleichtert, aber nicht abgenommen werden. Die Anwendung eines Rechenprogramms ist letztendlich nur ein kleiner Teil der baustatischen Aufgabe.

Baustatik - Baudynamik

Die Beanspruchungen der meisten Tragwerke des Bauwesens sind im zeitlichen Ablauf so geartet, daß kinetische Einflüsse vernachlässigbar sind oder näherungsweise in statische Ersatzlastfälle umgesetzt werden. Der konstruktive Bauingenieur versteht sich deshalb traditionsgemäß als „Baustatiker“. Die Entwicklung der letzten Jahrzehnte mit erweiterten Anwendungsbereichen (z.B. Bauen in Erdbebengebieten, Bauen besonders schlanker und leichter Brückenbauwerke) hat die Bedeutung der Dynamik (Kinetik) für den Stahlbauingenieur deutlich erhöht. Auch haben die Fortschritte auf dem Gebiet der Rechenverfahren den Einsatz dynamischer Untersuchungen ermöglicht. Diese Themenbereiche werden in der Baustatik II nicht betrachtet, sondern demnächst im Fach „Baudynamik“ zusammengefaßt.

1.2 Idealisierung der statischen Aufgabe

Ein Grundprinzip zur Bewältigung einer baustatischen Aufgabe ist die Reduktion auf das wesentliche Tragverhalten. Dieser gedankliche Schritt des Umsetzens der

wirklichen Konstruktion in ein Rechenmodell ist häufig eine der schwierigsten Aufgaben im Entwurfsprozeß. Er enthält grundsätzlich zwei Schritte:

- * die Systemidealisierung, in der das statische System definiert wird und
- * die Auswahl eines geeigneten Rechenverfahrens.

Beide Schritte sind meistens miteinander verknüpft. Sie sind unter dem Gesichtspunkt der „Verhältnismäßigkeit der Mittel“ zu sehen. Prinzipiell sollte so weit wie möglich vereinfacht werden, zu weit gehende Vereinfachungen sind aber unzulässig.

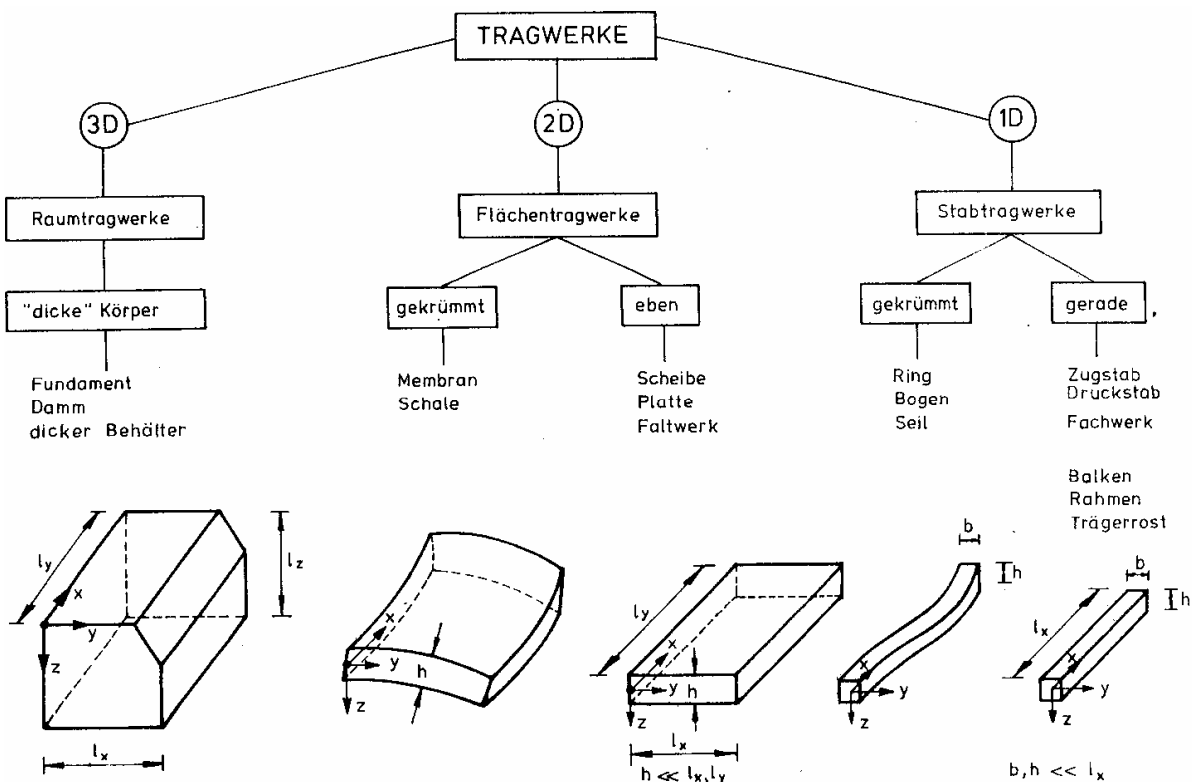
Bei den Anforderungen für die Genauigkeit von Modell und Rechnung sollte immer daran gedacht werden, daß die Eingangsparameter (Lasten, Material ...) häufig großen Schwankungen unterworfen sind.

1.2.1 Systemidealisierung

Zur Systemidealisierung gehört die Festlegung

- des statischen Systems,
- der äußeren Lasten und Lastfälle,
- der Materialkennwerte.

Reale Tragwerke sind dreidimensionale Systeme; sie lassen sich jedoch entsprechend ihrem Haupttragverhalten in idealisierte Tragelemente überführen, deren Dimensionen häufig reduziert sind. Unter geometrischen und statischen Gesichtspunkten sind drei-, zwei- und eindimensionale Tragelemente zu unterscheiden.



Wirkliche Tragwerke sind häufig Mischsysteme; sie werden in vielen Fällen in Teilsysteme zerlegt. Ihre Benennung erfolgt nach dem dominierenden Tragelement. Beispielsweise lassen sich räumliche Stabtragwerke (Rahmen) vielfach in ebene Systeme zerlegen. In der Regel gelingt die Trennung in die Behandlung des globalen Verhaltens (Z.B. die Stabkraftermittlung über ein Fachwerkmodell) und in eine anschließende Betrachtung von lokalen Detailaufgaben. (z.B. die Auslegung der Knotenbleche oder die Lasteinleitung).

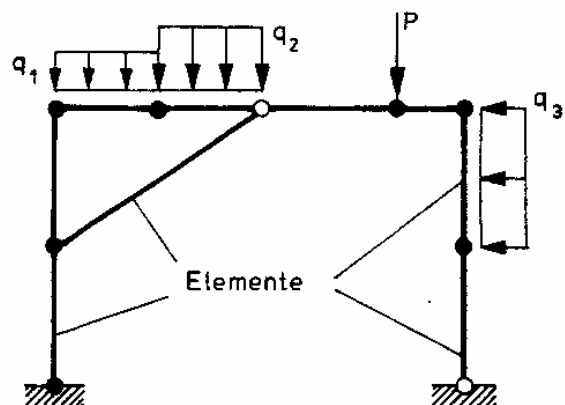
Die Einteilung von Tragwerken nach Ihren Abmessungen wird oft noch verfeinert entsprechend der Beanspruchungsart:

	DEHNUNG	BIEGUNG (+ SCHUB)		TORSION DRILLUNG
		eben	räumlich	
STABTRAG- WERK	Stab Fachwerk Seil Bogen als Stützlinie	ebener Balken	räumlicher Balken Trägerrost	
		Rahmen		
FLÄCHEN- TRAGWERKE	Membran Scheibe	Platte		
		Faltwerke Schale		

Diese Einteilung bezieht sich auf die Beanspruchung der Einzelelemente eines Tragwerks (z.B. Fachwerkstab). Global gesehen treten häufig andere Wirkungen auf: So trägt ein Fachwerkträger insgesamt auf Biegung ab oder ein Trägerrost enthält die wichtigsten Plattenwirkungen.

Diese Vorlesungen befaßt sich nahezu ausschließlich mit Stabtragwerken, deren wesentliche Komponenten die folgenden sind:

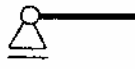
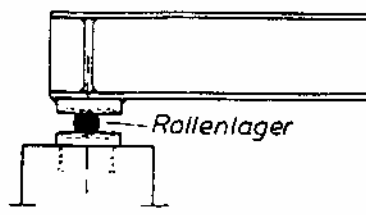
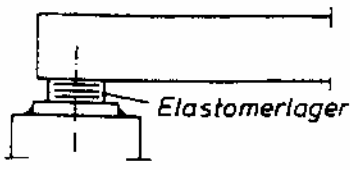

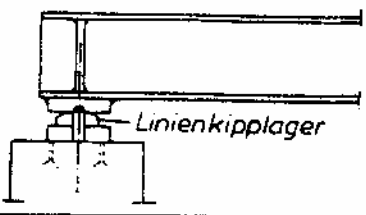
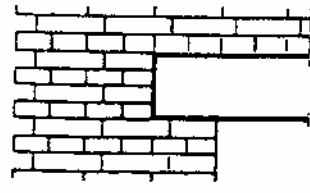
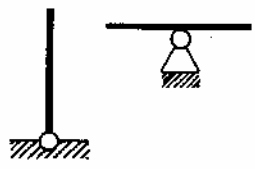
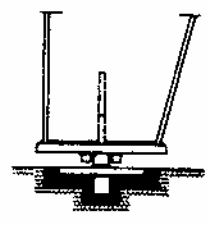
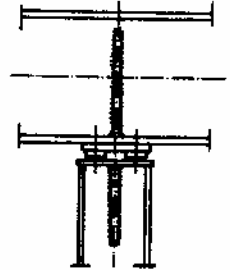
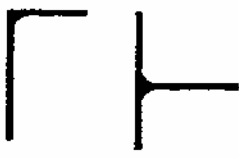
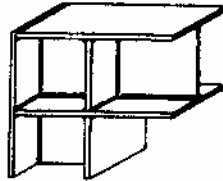
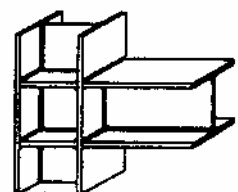
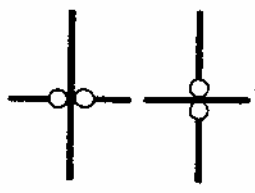
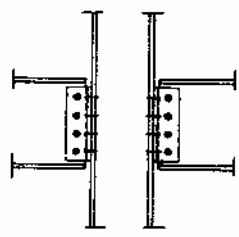
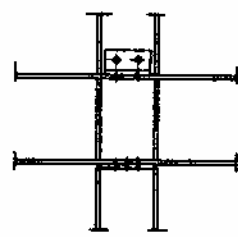
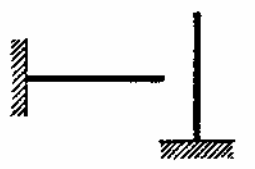
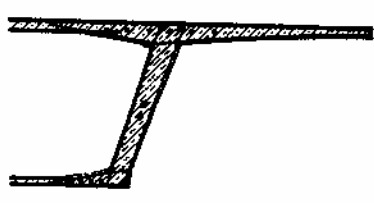
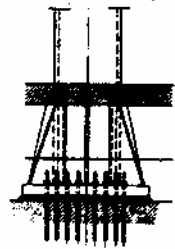
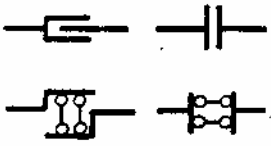
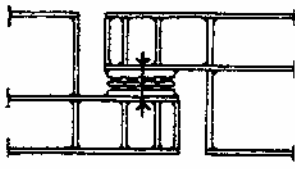
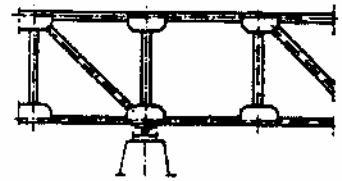
- Knoten (Lager, Ecken, Verzweigungen, Gelenke, Lasteinleitungsstellen usw.)
- Elemente (z.B. Stäbe als Verbindungen der Knoten)



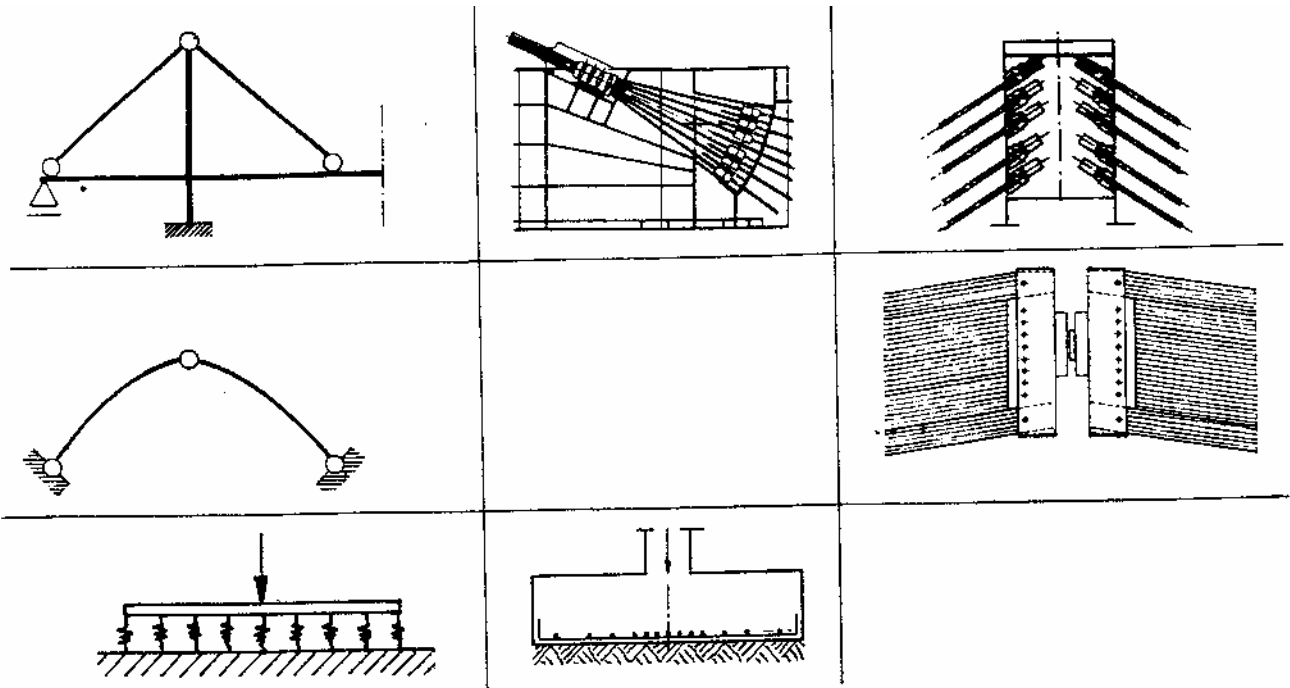
Für jede dieser Komponenten ist eine Übersetzung der Wirklichkeit in das idealisierte statische Modell erforderlich:

- Idealisierung des Tragwerks und seiner Konstruktionsdetails
- Idealisierung der Belastung

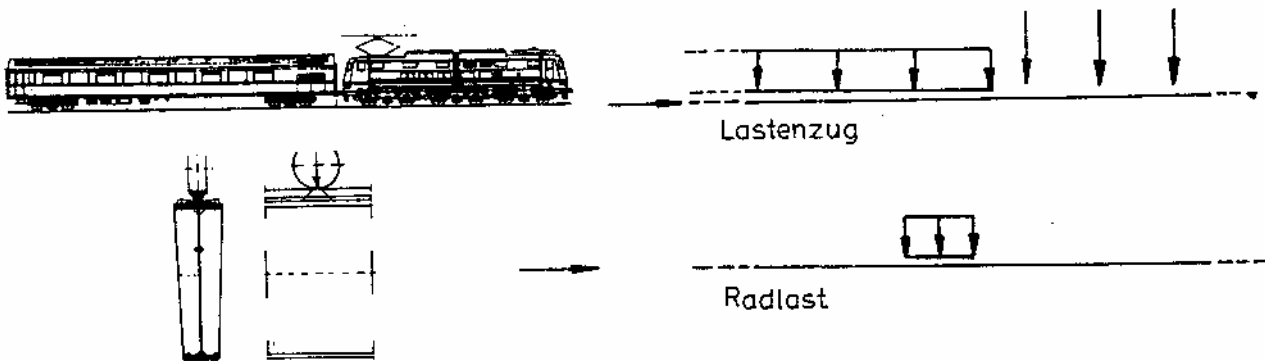
- Beschreibung der Idealisierung und Angabe der für die Berechnung maßgebenden Größen des statischen Systems (Systemmaße, Laststellung, Werkstoff, usw.)

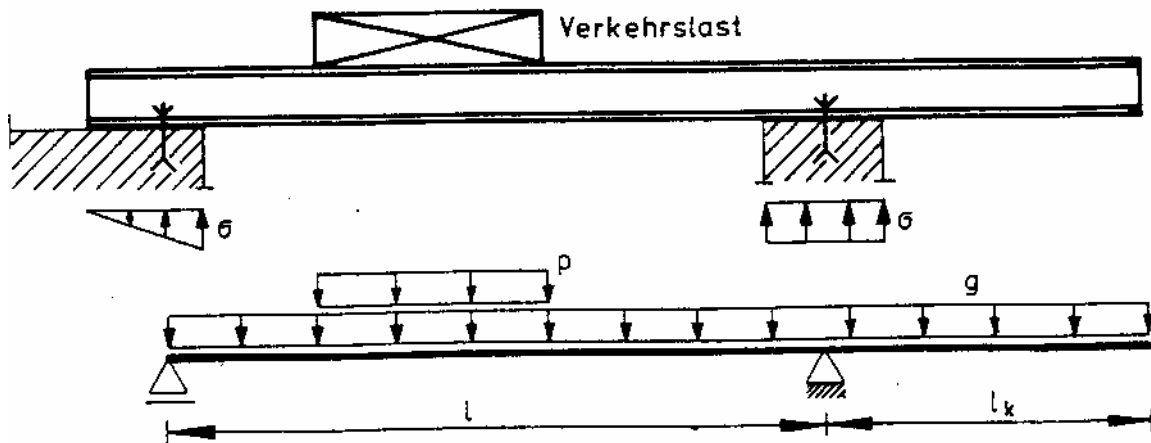
Idealisierung von Tragwerken und Konstruktionsdetails (1)



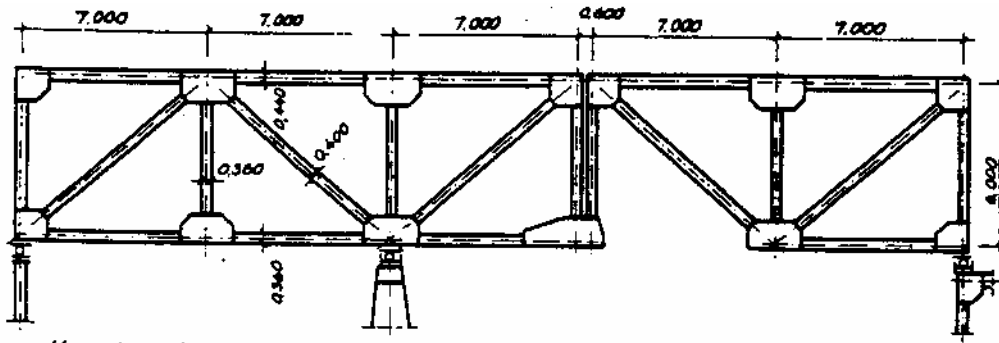
Idealisierung von Tragwerken und Konstruktionsdetails (2)



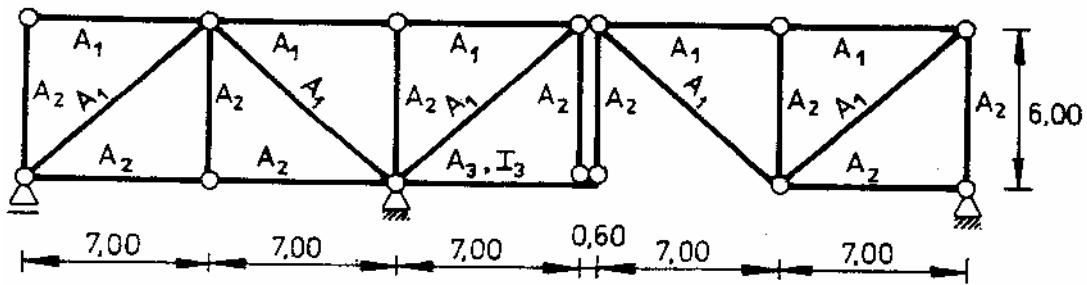
Idealisierung von Lasten (hier: Eisenbahnzug und Kran)



Konstruktion und statisches System

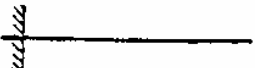
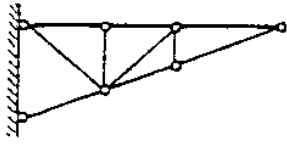
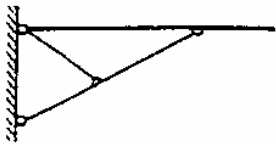

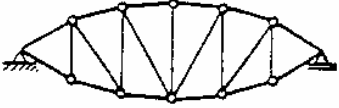
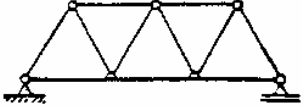
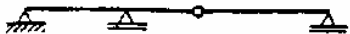
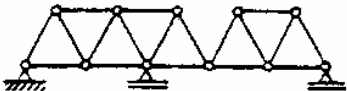
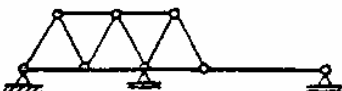

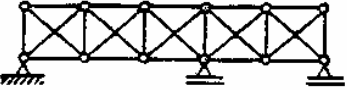


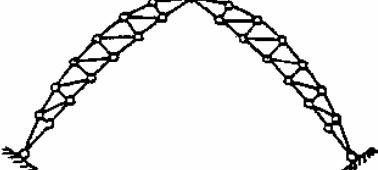
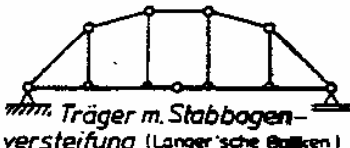





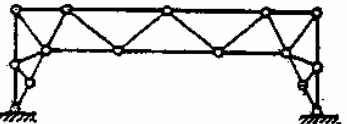

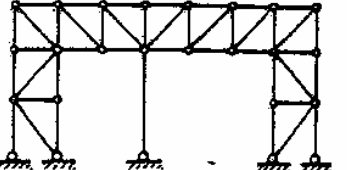
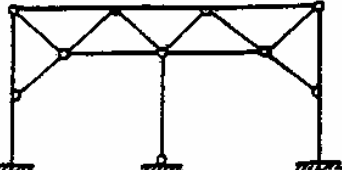


Konstruktion



Baustatische Skizze
 St 37; $E=2,1 \cdot 10^5 \text{ N/mm}^2$

Konstruktionsskizze und statisches System eines Fachwerkbinders aus Stahl

Stabwerke	Fachwerke	Mischsysteme
 <p>Kragträger</p>		
 <p>Einfeldträger</p>	 <p>z.B. Fischbauchträger</p>	
 <p>Gelenkträger</p>		
 <p>Durchlaufträger</p>		
 <p>Dreigelenkbogen</p>		 <p>Träger m. Stabbogen- versteifung (Langer'sche Balken)</p>
 <p>Zweigelenkbogen</p>		 <p>mit aufgeständerter Fahrbahn</p>
 <p>eingespannter Bogen</p>		
 <p>Dreigelenk- und Zweigelenk- rahmen</p>	 <p>Zweigelenk-Fachwerkrahmen</p>	
 <p>Eingespannter durchlauf- ender Rahmen</p>		

Typen von ebenen Stabtragwerken als Stabwerk, Fachwerk und Mischsystem

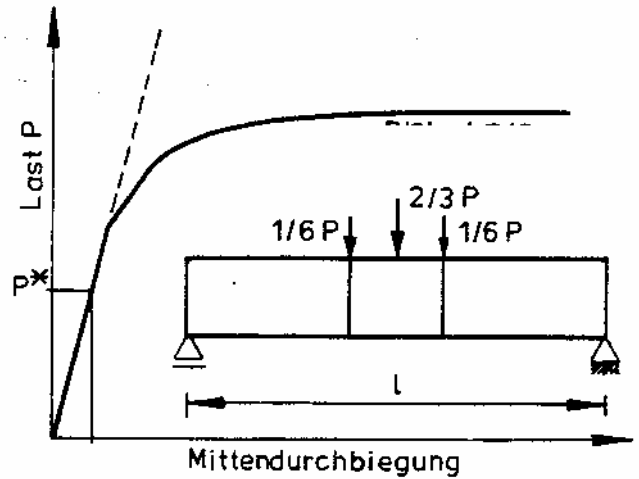
1.2.2 Rechenmethode

Wirkliches Verhalten des Tragwerks

Das wirkliche Verhalten eines Tragwerks weist i.d.R. bis zum Versagen stark nichtlineares Verhalten auf.

Neben der Abhängigkeit von System- und Lastparametern ist die Tragwerksantwort (d.h. das Verhalten des Tragwerks auf die Lastaufbringung) geprägt vom Einfluß:

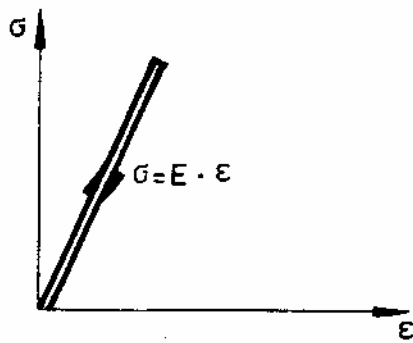
- des Werkstoffverhaltens – materielle Nichtlinearität
- der Verformung auf die Schnittgrößen – geometrische Nichtlinearität
- möglicher Systemänderungen (z.B. wenn ein Seil plötzlich rechnerisch Druck bekommt, entzieht es sich der Mitwirkung – das statische System verändert sich) – nichtlineares Verhalten infolge Systemänderung



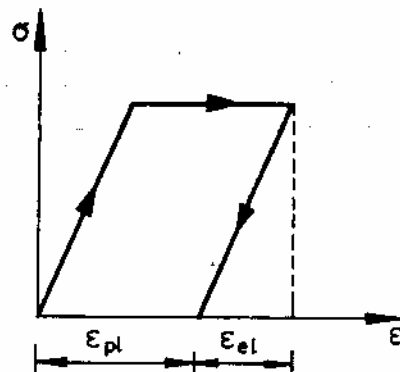
P^* : Gebrauchslastbereich;
 ---- linearisiertes Tragverhalten

a) Werkstoffverhalten

Für die Rechnung wird das Stoffverhalten meist idealisiert:



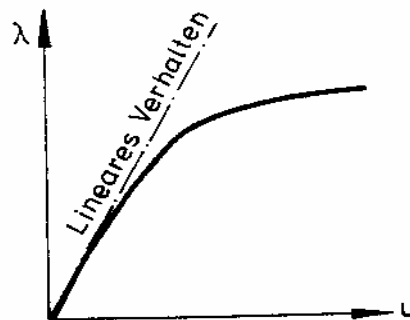
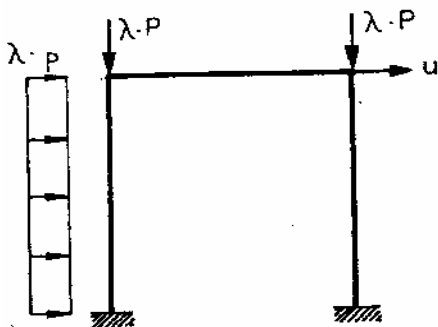
Linear elastisch



linear elastisch – ideal plastisch

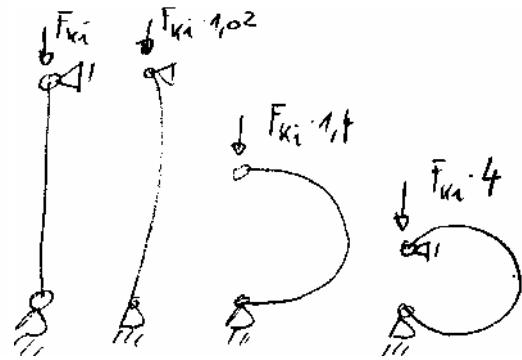
b) Einfluß der Verformungen auf die Schnittgrößen

Das Tragwerk muß sich im deformierten Zustand im Gleichgewicht befinden.



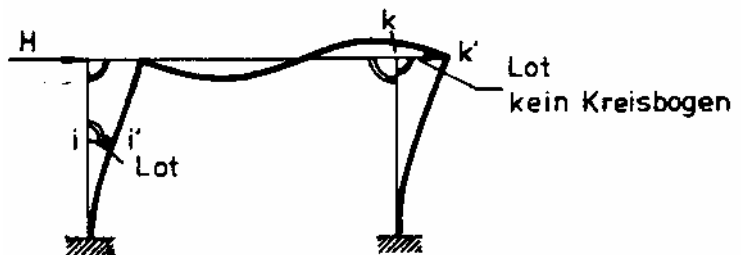
Zu unterscheiden sind die folgenden „Berechnungstiefen“:

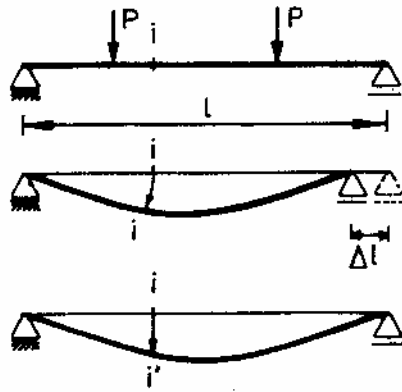
Verformungen	Stabtheorie
beliebig groß	III. Ordnung
endlich, klein	II. Ordnung
infinitesimal klein	I. Ordnung



- Ganz exakt und sehr nahe an der Wirklichkeit ist die Theorie III. Ordnung. Denn mit ihr können beliebig große Verformungen berücksichtigt werden. Der Rechenaufwand ist jedoch extrem hoch, so daß man nur äußerst selten nach Th.III.O. rechnet. Da bei Bauwerken i.d.R. auch nur geringe Verformungen aus Gründen der Gebrauchstauglichkeit akzeptiert werden können, ist im Stahlbau die Th.III.O. für die alltägliche Arbeit nicht wichtig.
- Anders ist es mit der Th.II.O., siehe Bsp. oben, die z.B. bei Stützen unter hoher Normalkraft und bei Rahmen mit Stabilitätsproblemen angewandt wird. Mit ihr wird zwar das Gleichgewicht am verformten System angeschrieben, es wird jedoch unterstellt, daß die Verformungen klein bleiben. Heute verfügbare EDV-Programme (z.B. Stab2D als Freeware oder RSTAB) erlauben die Berechnung nach Th.II.O. ohne nennenswerten Zusatzaufwand. Bei Berechnungen von Hand ist die Anwendung der Th.II.O. oft jedoch sehr aufwendig und daher unüblich.
- Mit der Theorie I. Ordnung wird linear gerechnet, das Gleichgewicht wird am unverformten System angeschrieben. Es werden also ein linear-elastisches Werkstoffverhalten und sehr kleine Verformungen angenommen. Diese Vorgehensweise ist in den meisten Fällen angebracht, in denen nicht die Gefahr von Stabilitätsversagen besteht. Berechnungen nach Th.I.O. erfordern den geringsten Rechenaufwand und sind daher bei alltäglichen Berechnungen die Standardlösung.

Verformungen werden häufig mit deutlich übertriebenem Maßstab gezeichnet. Hierbei sind die Annahmen der linearen Theorie kleiner Verformungen zu beachten: Tangente statt Kreisbogen



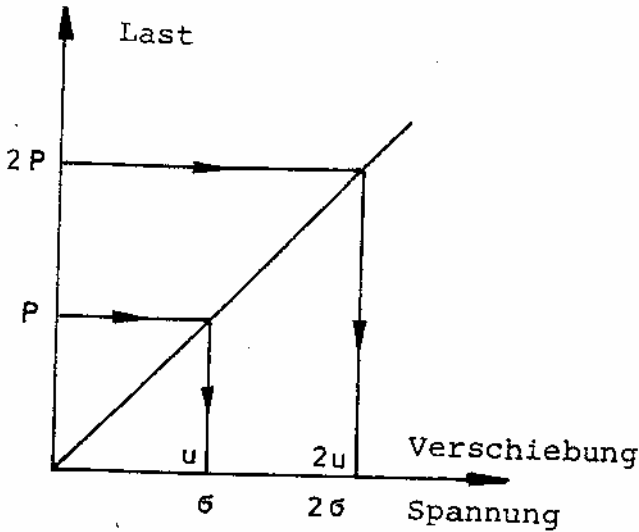


nur Balkenachse
idealisiert dargestellt

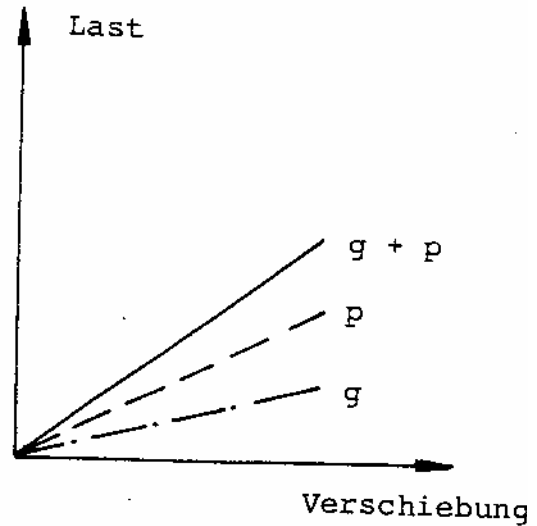
in Wirklichkeit

nach Theorie I.O. ($\Delta l \rightarrow 0$)

Ein wesentlicher Vorteil bei Berechnungen nach Th.I.O. ist das Superpositionsprinzip; d.h. Teillastzustände können beliebig addiert werden. Ungünstigste Lastkombinationen können aus den Ergebnissen der Einzellastfälle bestimmt werden, ohne daß diese Lastfälle separat berechnet werden.



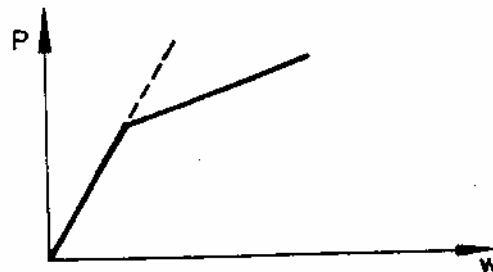
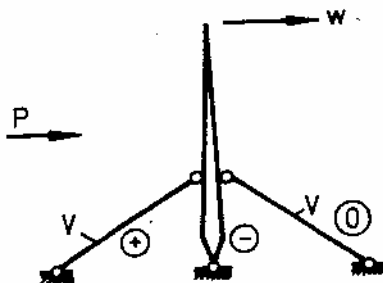
Doppelte Last – doppelte Antwort



ständige Last + Verkehrslast

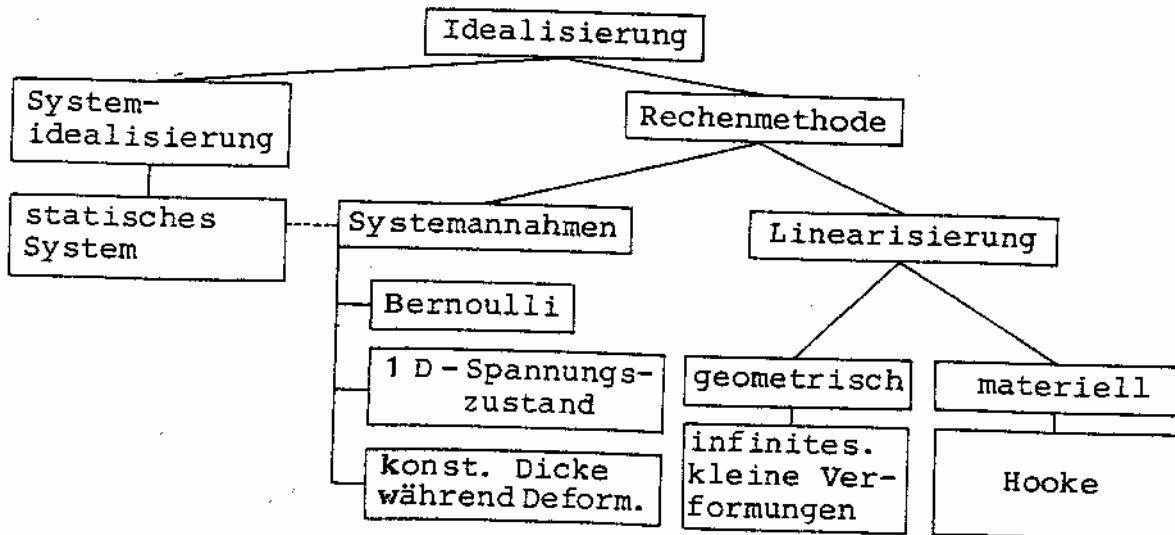
b) Einfluß von Systemänderungen auf die Schnittgrößen

Beispiel: abgespannter Funkmast mit vorgespannten Seilen unter Windlast



Sobald die Seilvorspannung im rechten Seil „überdrückt“ ist, entzieht sich das Seil einer weiteren Lastaufnahme, es wird schlaff. In der Last – Durchbiegungskurve ist dieser Punkt an einem Knick erkennbar.

Der Idealisierungsvorgang ist in der folgenden Übersicht zusammengefaßt:



1.3 Grundgleichungen

In der Baustatik arbeiten wir mit drei Unterschiedlichen Beziehungen:

- Gleichgewichtsbedingungen z.B. $\Sigma F = 0$
- Werkstoffgesetz: Beziehungen zwischen den Spannungen und Dehnungen. Im elastischen Fall: Elastizitätsgesetz; z.B. $\sigma = E \cdot \varepsilon$
- Geometriebedingungen: Beziehungen zwischen den Dehnungen bzw. Krümmungen (allg. Verzerrungen) und Verschiebungen sowie geometrische Randbedingungen. Auch als Verträglichkeitsbeziehungen oder kinematische Gleichungen bezeichnet; z.B. $\Delta l = l \cdot \varepsilon$

In allen baustatischen Aufgaben erlauben die 3 Gruppen von Grundgleichungen (Gleichgewicht, Werkstoffgesetz, Geometriebedingungen) die Bestimmung der unbekannt Grundgrößen (Schnittgrößen bzw. Spannungen, Verzerrungen, Verschiebungen). Es ist Aufgabe der Baustatik, diese noch weiter aufzubereiten, um ohne notwendiges Auflösen von Differentialgleichungen auszukommen.

2 Kinematik starrer Körper

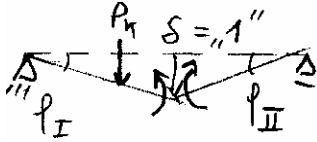
(Dieses Kap. ist weitgehend angelehnt an E.Ramm, Stabtragwerke I, Script Uni Stuttgart, Auflage 1994)

2.1 Einführung, Grundbegriffe

Kinematik = Lehre von der geometrischen Beschreibung einer Bewegung.

Die Baustatik befaßt sich u.a. mit der Beschreibung infinitesimaler Bewegungen (Verschiebungen) starrer Körper.

Beispiel:

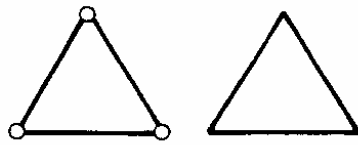


Aufgabe: Verschiebungsfigur bestimmen

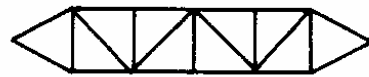
Wichtige Anwendungen, bei denen Verschiebungsfiguren bestimmt werden müssen:

- Brauchbarkeitsuntersuchung von Tragwerken
- Schnittgrößenermittlung mit dem Prinzip der virtuellen Verrückungen (Kap. 3)
- Einflußlinienermittlung (Kap. 4)
- Drehwinkelverfahren (Kap. 8)

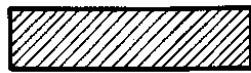
Scheiben: Tragwerke bestehen aus Scheiben:



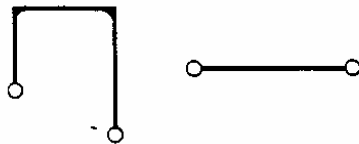
einfache Fachwerkscheibe



zusammengesetzte Fachwerkscheibe

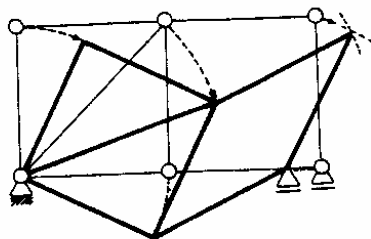


Vollwandscheibe

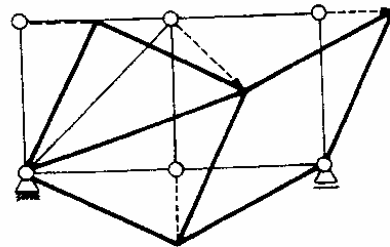


stabförmige Scheiben

Verschiebungsfigur: Da es sich um infinitesimal kleine Verschiebungen handelt, sind die Näherungen der Th.I.O. zu beachten: Die Bahnkurven sind Tangenten statt Kreisbögen!

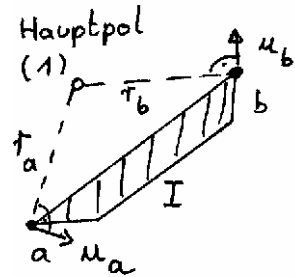


(a) wirkliche Verschiebungsfigur bei endlichen Verschiebungen



(b) Verschiebungsfigur nach Theorie I. Ordnung

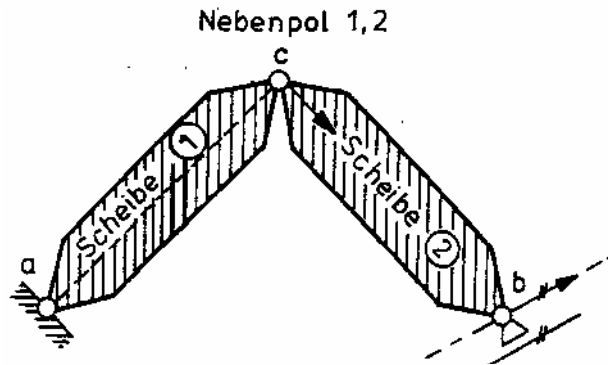
Hauptpol: Die Bewegung einer Scheibe läßt sich durch Drehung um einen Pol darstellen. Er ist der Ruhepunkt der Scheibe. Der Hauptpol (i) einer Scheibe i muß nicht auf der Scheibe liegen. Die Verbindungslinien vom Pol zu einzelnen Punkten der Scheibe werden Polstrahlen genannt. Der Vektor der Verschiebungen steht immer senkrecht auf den Polstrahlen.



Es gilt :
$$\frac{u_a}{r_a} = \frac{u_b}{r_b}$$

Sind mehrere Scheiben miteinander gekoppelt, so daß das Tragwerk verschieblich ist, so spricht man von einer kinematischen Kette. Jede Scheibe dreht sich dabei um ihren Hauptpol.

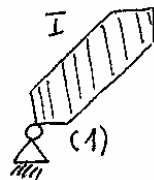
Nebenpol: Es gibt Punkte, in denen zwei Scheiben i und j dieselbe Bewegung ausführen, d.h. in denen sie sich relativ zueinander nicht verschieben. (=> „Nebenpol (i,j)“): Die Nebenpole zweier Scheiben müssen nicht auf den Scheiben liegen. Sind zwei Scheiben durch Biegemomentengelenk miteinander verbunden, so ist dieses der Nebenpol.



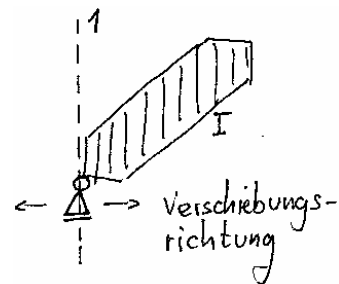
2.2 Der Polplan

Die Haupt- und Nebenpole bilden zusammen den Polplan. Mit den folgenden Sätzen läßt er sich konstruieren:

1) Festes Lager = Hauptpol



2) Bewegliches Lager: der Hauptpol befindet sich auf einer Linie senkrecht zur Bewegungsmöglichkeit

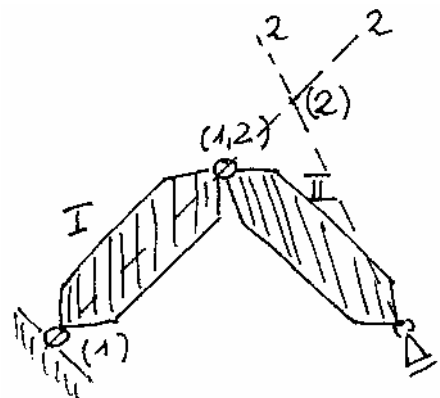


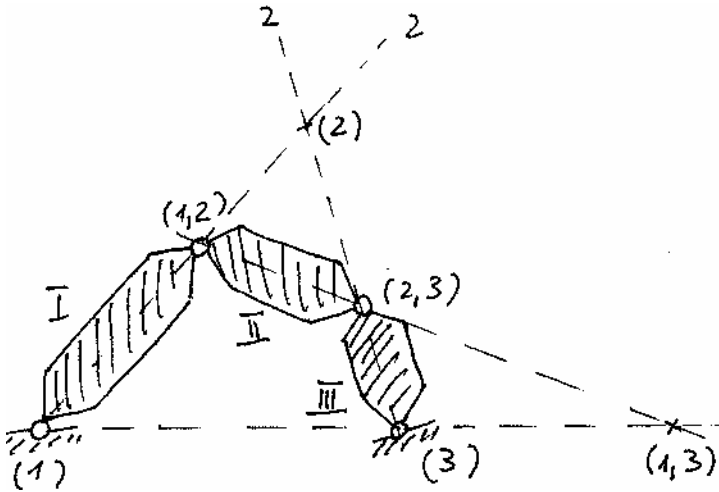
3) Sind 2 Scheiben mit einem Biegemomentengelenk verbunden, so fällt der Nebenpol mit dem Gelenk zusammen.

4) Folgende Haupt- und Nebenpole liegen auf einer Geraden:

$$(i) - (i, k) - (k)$$

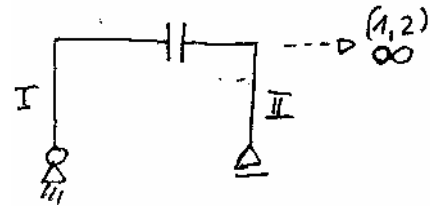
$$(i, k) - (i, j) - (k, j)$$





Beweis: Nimmt man die Scheibe I als fest und die Erdscheibe 0 als beweglich an, wird $(1,2)=(2)$ und $(1)=(0)$ und $(3)=(0,3)$. Damit ergibt sich:
 $(0)-(0,3) \rightarrow 3$
 $(2)-(2,3) \rightarrow 3$
 Läßt man Scheibe I wieder los, wird aus (3) der NP $(1,3)$

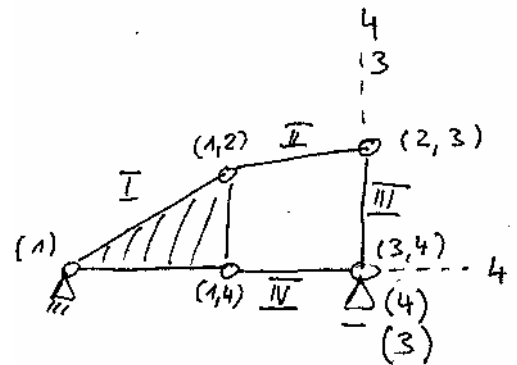
5) Sind 2 Scheiben durch eine Linienführung (Q-Gelenk; N-Gelenk) miteinander verbunden, so ist nur eine gegenseitige Verschiebung, keine Verdrehung möglich \Rightarrow der Nebenpol ist unendlich weit entfernt und senkrecht zur Linienführung.



6) Liegen HP (i) und NP (i,k) auf einem Punkt, ist dieser Punkt auch gleichzeitig HP (k).

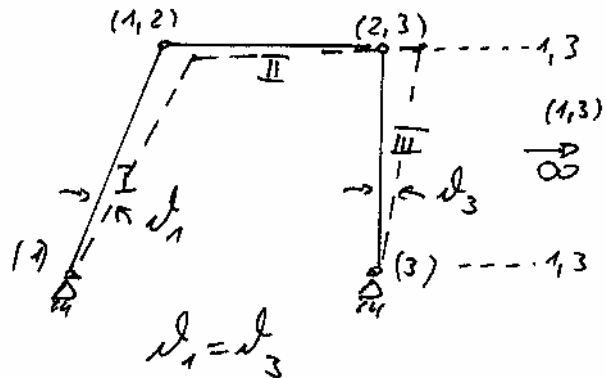
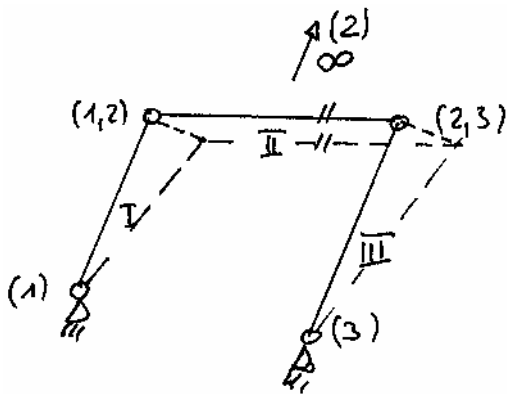
Fallen die NP (i,k) und (j,k) in einem Punkt zusammen, so liegt auch der NP (i,j) in diesem Punkt.

Beispiel: im Bild rechts liegen (3,4) und (4) im selben Punkt, also muß dort auch (3) liegen.



Weitere Regeln:

- Liegt der HP einer Scheibe im Unendlichen, so kann sich nur eine Parallelverschiebung der Scheibe ergeben.
- Liegt der NP zweier Scheiben im Unendlichen, so drehen sich beide Scheiben mit demselben Winkel.



2.3 Brauchbarkeit von Tragwerken

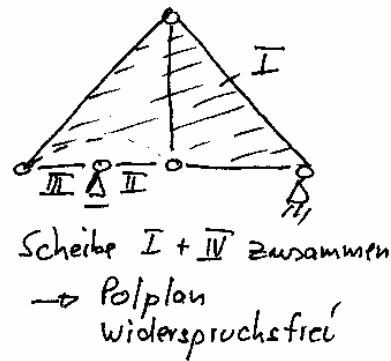
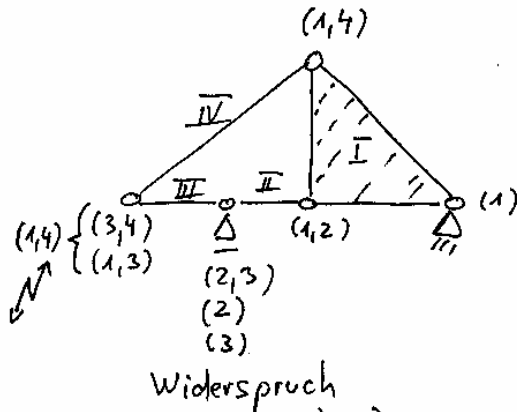
Ein Tragwerk ist dann brauchbar, wenn es keine kinematische Kette bildet !

Versucht man, für ein brauchbares Tragwerk einen Polplan aufzustellen, so ergeben sich deshalb Widersprüche. Umgekehrt bedeutet ein widerspruchsfreier Polplan, daß das Tragwerk eine kinematische Kette bildet und damit unbrauchbar (kinematisch) ist!

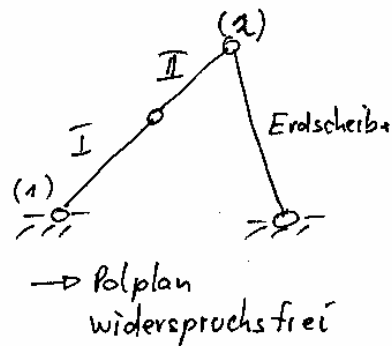
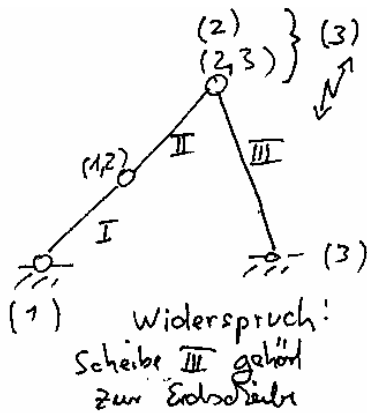
Mit einem Polplan kann also die Brauchbarkeit eines Tragwerks nachgewiesen werden!

Bei der Aufstellung des Polplans können sich 2 Arten von Widersprüchen ergeben:

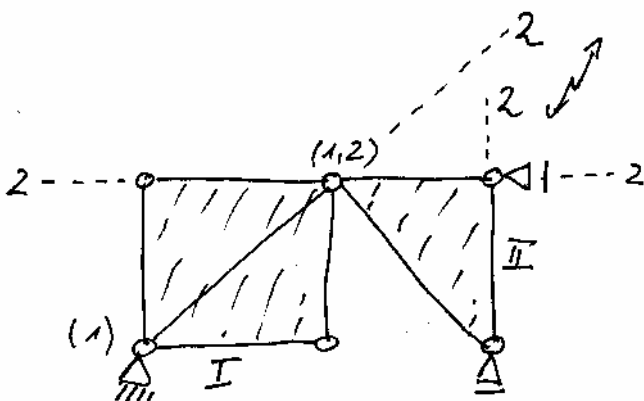
⇒ Widersprüche in den Nebenpolen: Die Scheiben, zu denen die NP gehören, bilden tatsächlich eine gemeinsame Scheibe.



⇒ Widersprüche in den Hauptpolen: Die Scheibe gehört tatsächlich zur Erdscheibe, ist also unbeweglich.



Die Brauchbarkeit eines Tragwerks gilt als nachgewiesen, wenn durch Widersprüche gezeigt werden kann, daß alle Scheiben des Tw zur Erdscheibe gehören.

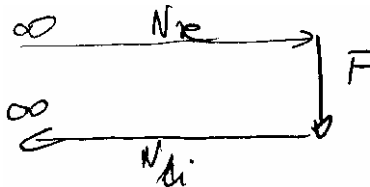
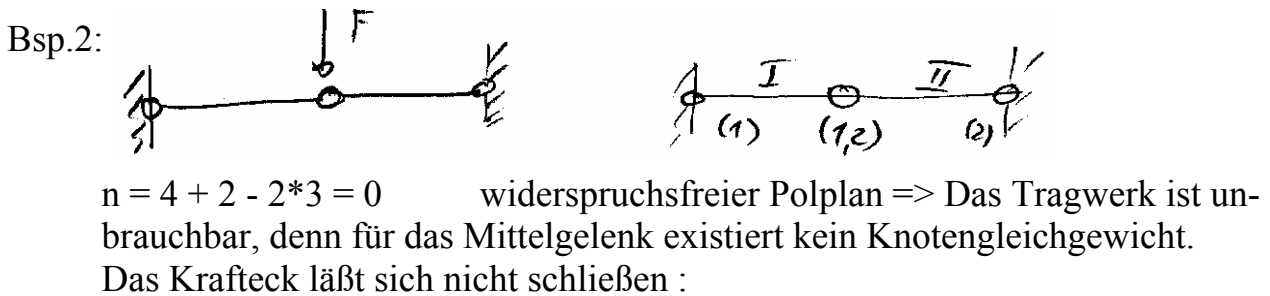
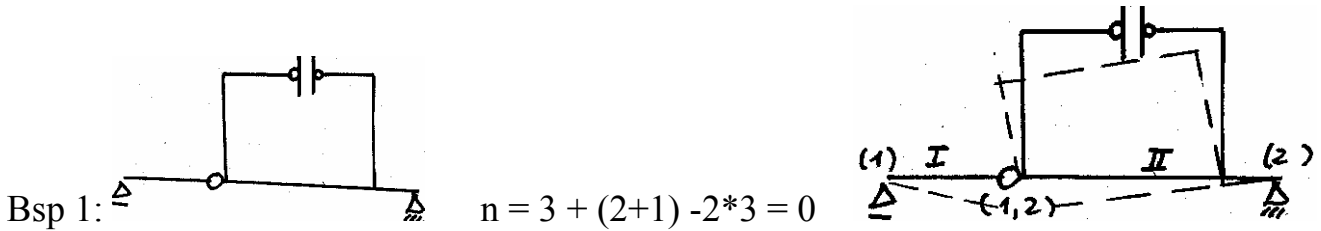


Beispiel: Für den HP (2) ergibt sich ein Widerspruch, da dieser nicht gleichzeitig auf 3 Geraden liegen kann. Deswegen gehört Scheibe II zur Erdscheibe.

Daraus folgt, daß der NP (1,2) zum HP (1) wird. Für die Scheibe I ergibt sich dadurch ebenfalls ein Widerspruch, da der HP (1) nicht gleichzeitig im Auflager liegen kann. Deswegen gehört auch Scheibe I zur Erdscheibe: Das Tragwerk ist brauchbar.

Achtung: Ein einzelner Widerspruch für eine einzelne Scheibe reicht nicht aus, um die Brauchbarkeit des Tragwerks nachzuweisen. Widersprüche in den Hauptpolen sind stets daraufhin zu untersuchen, ob Tragwerksteile zur Erdscheibe gehören. Widersprüche in den Nebenpolen könnten auch bedeuten, daß zwei getrennt angenommene Scheiben in Wirklichkeit eine einzige Scheibe darstellen. Erst wenn diese Fälle ausgeschlossen sind, kann aus den verbleibenden Widersprüchen auf ein brauchbares System geschlossen werden.

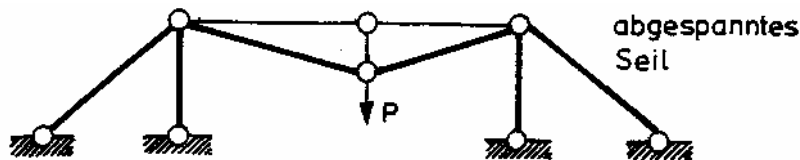
Wenn das Abzählkriterium $n = a + z - 3 * t$ eine Zahl größer $n \geq 0$ liefert, ist dies kein ausreichender Beweis der Brauchbarkeit :



Allerdings gilt: Liefert das Abzählkriterium eine Zahl $n < 0$, so gibt es stets einen widerspruchsfreien Polplan und das Tragwerk ist kinematisch und unbrauchbar.

Auf eine Besonderheit muß noch hingewiesen werden:

Kinematische Tragwerke können manchmal durch endliche Verformungen einen brauchbaren Zustand einnehmen, da das Gleichgewicht am verformten System möglich wird:

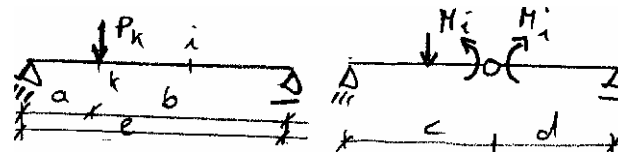


Dieser Effekt beruht auf der Anwendung Th.II.O. und wird daher in dieser Vorlesung nicht behandelt.

3. Schnittgrößen nach dem Prinzip der virtuellen Verrückungen (PvV)

3.1 Das Prinzip

Gleichwertige Systeme :

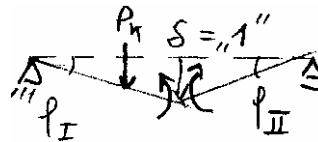


Stelle i : Gelenk einführen und zusätzlich die freigewordenen Schnittgrößen als äußere Lasten ansetzen.

- Das Tw wird labil, es hat nun 1 Freiheitsgrad : der Punkt i kann nach oben oder unten bewegt werden.

Aufbringen einer sehr kleinen virtuellen Verschiebung δ des Punktes i :

- virtuell = gedacht, nicht wirklich
- keine Verbiegung notwendig
- alle Punkte verschieben sich auf einer vorgeschriebenen Bahn (kinematische Kette)
- überhöhte Darstellung der kleinen Verformung



Kraft P_k und Momente M_i leisten nun „Arbeit“

$$\text{Arbeit } W = \Sigma \text{ Kraft} * \text{virtueller Weg} + \Sigma \text{ Moment} * \text{virtueller Winkel}$$

Prinzip der virtuellen Verrückungen :

Ein Körper befindet sich im Gleichgewicht, wenn infolge einer virtuellen (kleinen) Verrückung die Gesamtarbeit W aller am System wirkenden Kraftgrößen gleich Null ist.

Aufgabe : Anschreiben der Arbeitsgleichung

- *Bestimmung der Verrückungen :*

$$\delta = 1 \text{ (angenommen)}$$

Bestimmung von φ :



für sehr kleine Winkel gilt : $\tan \varphi = \varphi$

daraus wird : $\varphi_I = 1 / c$; $\varphi_{II} = 1 / d$

- *Arbeitsanteil von P_k :*

$$W_P = P_k * \delta_k = P_k * a * \varphi_I = P_k * a / c$$

Vorzeichen : Arbeit ist positiv, wenn die Kraft in Richtung der Verrückung wirkt oder wenn das Moment in Richtung des Winkels wirkt. (Bsp.: Kraft P_k)
Andernfalls ist die Arbeit negativ. (Bsp.: Momenten M_i)

- *Arbeitsanteil der beiden Momente M_i :*

$$\begin{aligned} W_{M_i} &= -M_i * \varphi_I - M_i * \varphi_{II} \\ &= -M_i * (\varphi_I + \varphi_{II}) \\ &= -M_i * (1/c + 1/d) \end{aligned}$$

- *Gesamte Arbeit :*

$$W = W_P + W_{M_i} = 0$$

$$\leadsto P_k \cdot \frac{a}{c} - M_i \cdot \left(\frac{1}{c} + \frac{1}{d} \right) = 0$$

$$\begin{aligned} \leadsto M_i &= P_k \cdot \frac{a}{c \cdot \left(\frac{1}{c} + \frac{1}{d} \right)} = P_k \cdot \frac{a}{1 + \frac{c}{d}} \\ &= P_k \cdot \frac{a}{\frac{d+c}{d}} = \underline{P_k \cdot \frac{ad}{c+d}} \end{aligned}$$

Kontrolle durch Vergleich mit „konventioneller Berechnung“ :

$$B_v = a/l * P_k$$

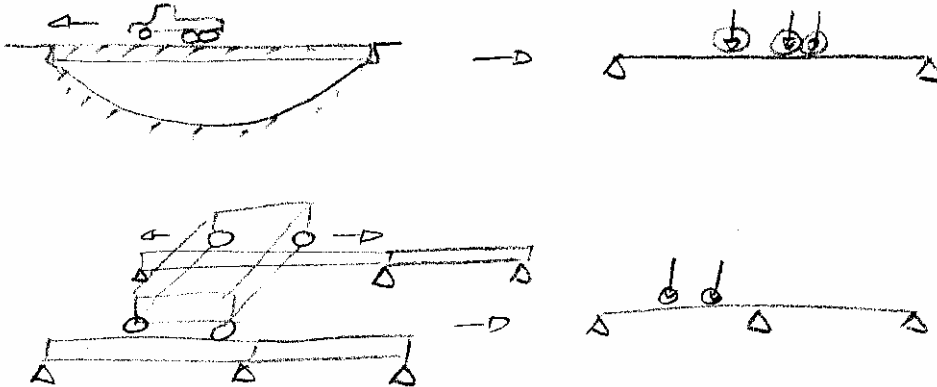
$$M_i = B_v * d = a*d/l * P_k$$

3.2 Schnittgrößen bestimmen mit dem PvV

4. Einflußlinien statisch bestimmter Träger

In der Vorlesung bisher wurde vorausgesetzt, daß der Angriffsort der Lasten festliegt. (z.B. Verkehrslast auf Geschoßdecke)

Im Stahlbau häufig bewegl. Lasten : z.B. bei Kranbahnen oder Brücken



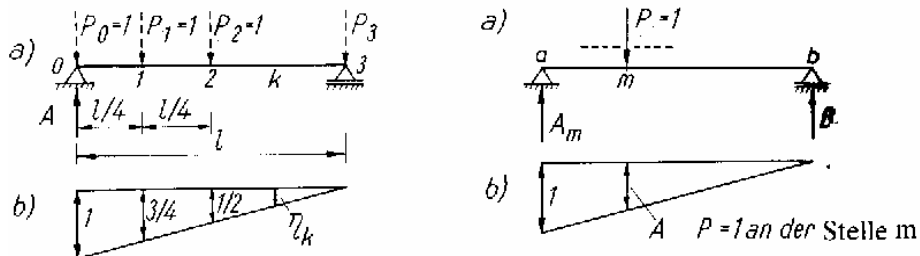
Jede Lageänderung des Rades: neue Schnittgrößen

Bei welcher Laststellung werden Schnittgrößen maximal ?

=> Neue Darstellungsform für Schnittgrößen erforderlich => **Einflußlinien (EL)**

Grundgedanke der EL :

- Träger wird nacheinander mit $P_0=1$, $P_1=1$, $P_2=1$, $P_3=1$ belastet.
- Auflagerkräfte A: $A_0=1$; $A_1=3/4$; $A_2=1/2$; $A_3=0$



- Ergebnis wird in einem Diagramm aufgetragen : A wird jeweils unter der Laststellung angetragen
- Einzelne Punkte verbinden => EL
- Die zu einer beliebigen Laststellung x gehörige Auflagerkraft A einer Einzellast $P=1$ läßt sich ablesen

Wandert eine Einzellast $P=1$ über eine Konstruktion und befindet sie sich momentan an der Position m, so gibt die Ordinate η der EL an der Stelle m den Wert der Größe bei dieser Laststellung an.

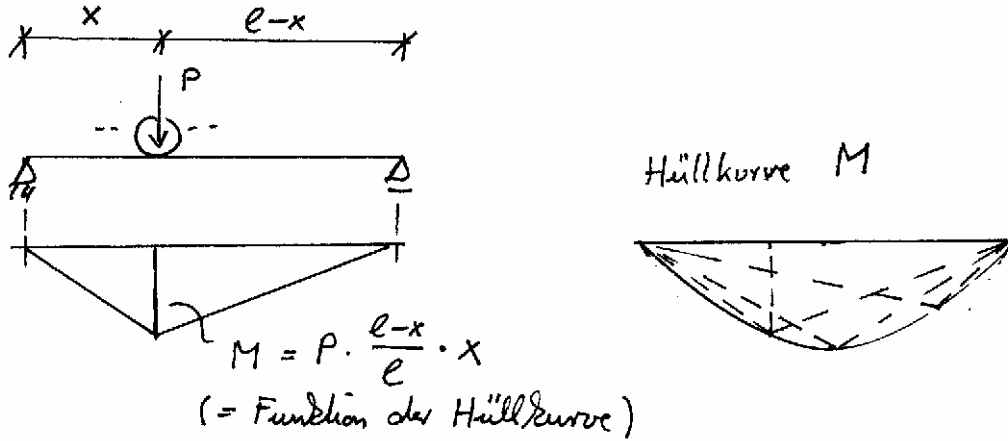
EL=Größe einer speziellen Schnittkraft oder Auflagerkraft in einem Punkt des Tragwerks, wenn die Einheitslast „1“ über die Fahrbahn rollt.

Zustandslinie : Verlauf einer Schnittgröße über das gesamte Tragwerk unter einer nach Größe und Anordnung unveränderlichen Belastung.

Grenzl原因en, Hüllkurven maximaler Schnittgrößen

Neben EL und Zustandslinien gibt es als 3. Darstellungsvariante die Grenzl原因en. Die Verbindungslinie aller Größtwerte einer SchnittgröÙe für sämtliche Trägerstellen wird als Grenzl原因e oder Hüllkurve bezeichnet.

Beispiel : Momenten-Grenzl原因e für einen Träger auf zwei Stützen unter einer wandernden Einzellast. P.



4.1 Statische Ermittlung der EL

Träger auf zwei Stützen (mit oder ohne Kragarme)

EL der Auflagerkräfte

Wird die Lage der Lastangriffsstelle m mit x_m bzw. x'_m bezeichnet, so ergibt sich aus den GlGewBed :

$$\sum M_b = 0: A_v \cdot l - 1 \cdot x'_m = 0$$

$$\Rightarrow A_v = 1 \cdot \frac{x'_m}{l}$$

$$\sum M_a = 0: B_v \cdot l - 1 \cdot x_m = 0$$

$$\Rightarrow B_v = 1 \cdot \frac{x}{l}$$

$$\sum H = 0: A_H = 0$$

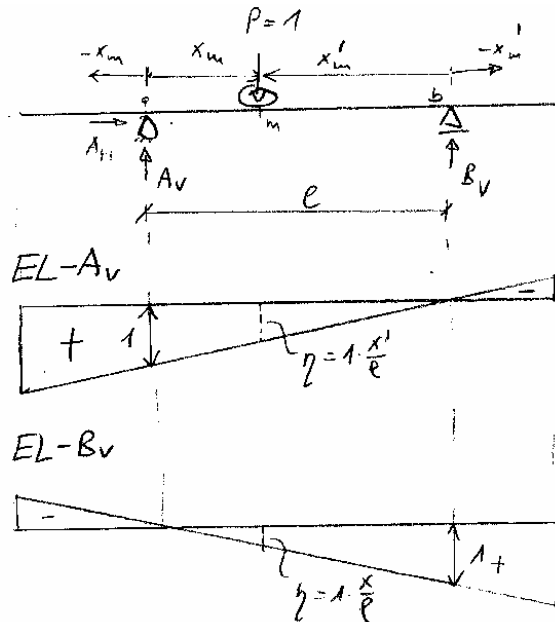
Probe : Für eine best. Laststellung m gilt

$$\sum V = 0: A_v + B_v - P = 0$$

$$\Rightarrow A_v + B_v = 1$$

$$\Rightarrow \frac{x'_m}{l} + \frac{x_m}{l} = 1$$

$$\Rightarrow \frac{l - x_m + x_m}{l} = 1 \Rightarrow 1 = 1 \checkmark$$



Koppeltafel

(Quelle: Schneider Bautabellen, 11. Auflage)

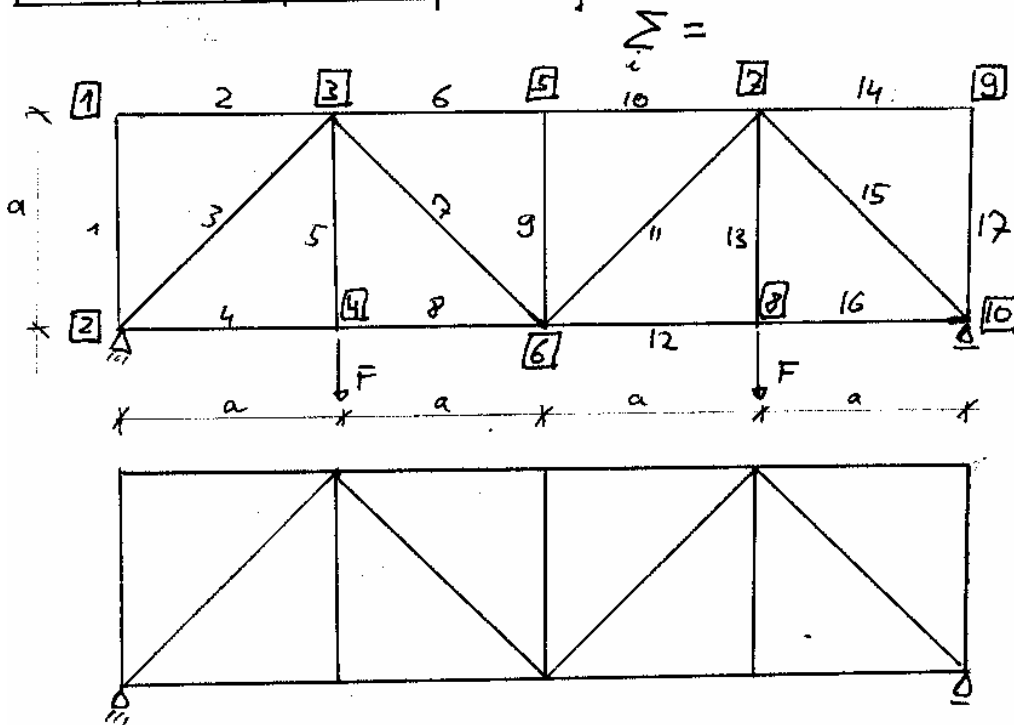
Auswertung der Integrale $\int_a^b f(s) \cdot g(s) \cdot ds$ z. B. $\int_a^b M_i M_k ds^1)$

		a	b	c	d
1		ajk	$\frac{a}{2}jk$	$\frac{a}{2}jk$	$\frac{2a}{3}jk$
2		$\frac{a}{2}jk$	$\frac{a}{3}jk$	$\frac{a}{6}jk$	$\frac{a}{3}jk$
3		$\frac{a}{2}jk$	$\frac{a}{6}jk$	$\frac{a}{3}jk$	$\frac{a}{3}jk$
4		$\frac{a}{2}jk$	$\frac{a}{4}jk$	$\frac{a}{4}jk$	$\frac{5a}{12}jk$
5		$\frac{a}{2}jk$	$\frac{a}{6}jk(1 + \alpha)$	$\frac{a}{6}jk(1 + \beta)$	$\frac{a}{3}jk(1 + \alpha\beta)$
6		$\frac{a}{2}(j_1 + j_2)k$	$\frac{a}{6}(j_1 + 2j_2)k$	$\frac{a}{6}(2j_1 + j_2)k$	$\frac{a}{3}(j_1 + j_2)k$
7		$\frac{2a}{3}jk$	$\frac{a}{3}jk$	$\frac{a}{3}jk$	$\frac{8a}{15}jk$
8		$\frac{a}{3}jk$	$\frac{a}{4}jk$	$\frac{a}{12}jk$	$\frac{a}{5}jk$
9		$\frac{a}{3}jk$	$\frac{a}{12}jk$	$\frac{a}{4}jk$	$\frac{a}{5}jk$
10		$\frac{a}{6}(j_1 + 4j_2 + j_3)k$	$\frac{a}{6}(2j_2 + j_3)k$	$\frac{a}{6}(j_1 + 2j_2)k$	$\frac{a}{15}(j_1 + 8j_2 + j_3)k$

¹⁾ Alle Werte j und k sind mit Vorzeichen einzusetzen!

Arbeitsblatt für das Beispiel zu Kap. 5.4.3

Stab	S_i	\bar{S}_i	l_i	$S_i \cdot \bar{S}_i \cdot l_i$
1			a	
2			a	
3			$\sqrt{2} \cdot a$	
4			a	
5			a	
6			a	
7			$\sqrt{2} \cdot a$	
8			a	
9			a	
10			a	
11			$\sqrt{2} \cdot a$	
12			a	
13			a	
14			a	
15			$\sqrt{2} \cdot a$	
16			a	
17			a	

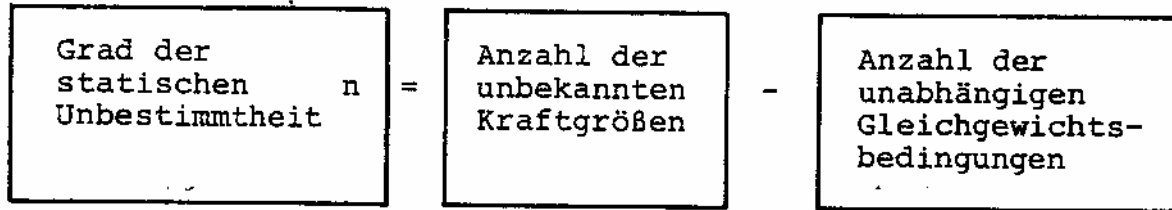


ges.:
 $f_6 = 2$
 ges.:
 $a = 2\text{m}$
 $A = 30\text{m}^2$
 $F = 100\text{kN}$

6. Das Kraftgrößenverfahren (KGV)

6.1 Beurteilung eines Stabtragwerks

Statische Bestimmtheit - Brauchbarkeit



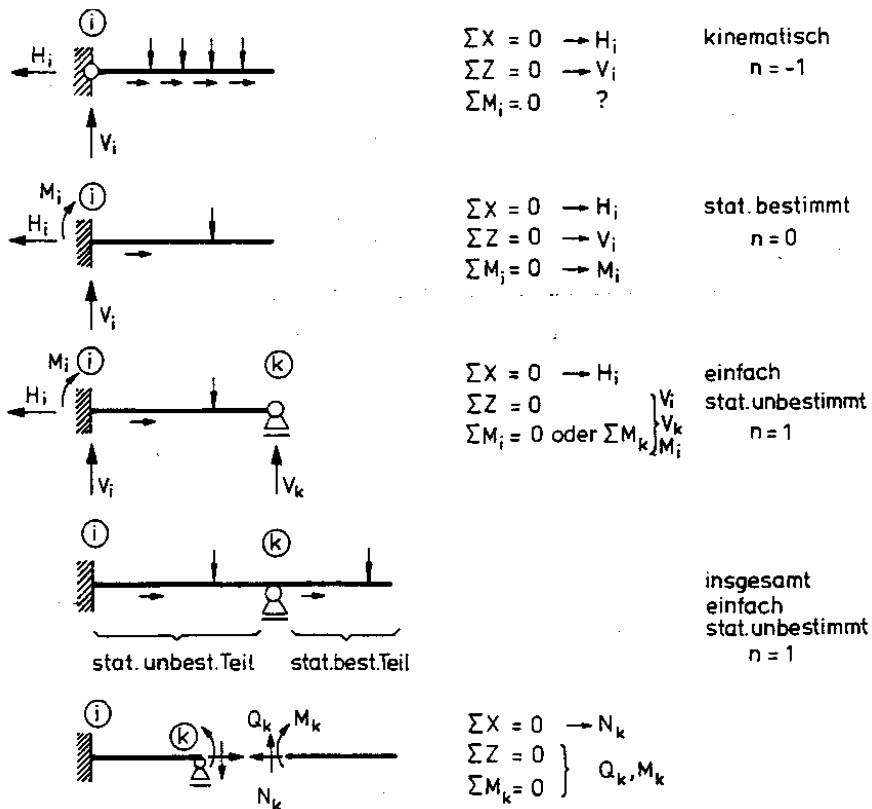
$n < 0$: kinematisch (auch „statisch überbestimmt“ genannt)

$n = 0$: statisch bestimmt

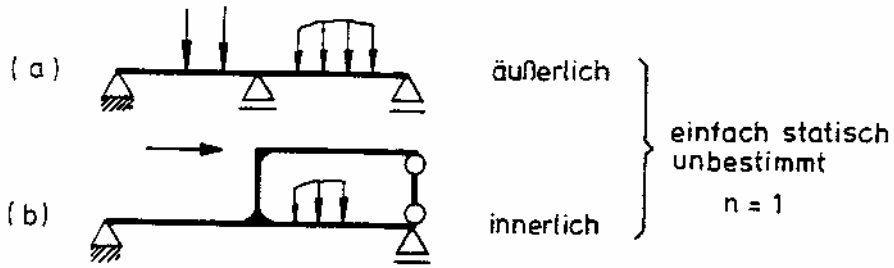
$n > 0$: statisch unbestimmt (unterbestimmt)

Ein Tragwerk ist somit statisch bestimmt ($n = 0$), wenn sich alle Kraftgrößen (Lager- und Schnittkräfte) allein mit den Gleichgewichtsbedingungen berechnen lassen. Ist die Anzahl der Unbekannten größer, so ist das Tragwerk statisch unbestimmbar ($n > 0$). Es sind dann zur Bestimmung der Schnittgrößen (Spannungen) Werkstoff- und Geometriegleichungen heranzuziehen, wodurch der Rechenaufwand erheblich steigt. Die zusätzlichen unbekannt Kraftgrößen werden statische Unbekannte oder Überzählige genannt.

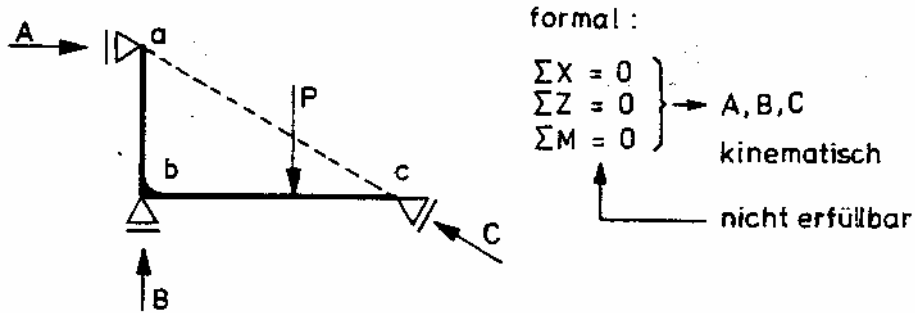
Sind am Tragwerksteil zu wenig Lagerkräfte und Schnittkräfte, um sämtliche Gleichgewichtsbedingungen zu befriedigen ($n < 0$), ist das System kinematisch!



Ein Tragwerk kann von der äußeren Lagerung und vom inneren Aufbau her statisch unbestimmt sein.



Die Gleichgewichtsbedingungen müssen voneinander unabhängig sein:



Beispiel für ein Tragwerk mit nicht voneinander unabhängigen Gleichgewichtsbedingungen

Möglichkeiten der Feststellung der statischen Bestimmtheit

1. Schritt: Abzählkriterium

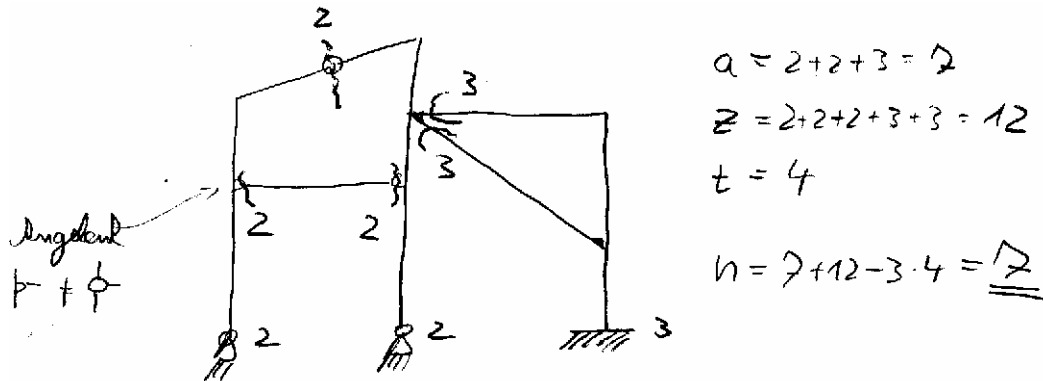
... für ebene Stabwerke : $n = a + z - 3 \cdot t$

mit: a = Anz. Auflagerreaktionen

z = Anz. der freigeschnittenen Kraftgrößen

t = Anz. der Teile, in die das Tragwerk zerfällt.

Regel: An Gelenken und geschlossenen Rahmen muß geschnitten werden!

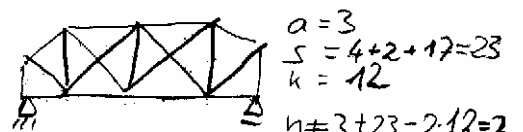


... für Fachwerke : $n = a + s - 2 \cdot k$

mit: a = Anz. Auflagerreaktionen

s = Anz. Stäbe

t = Anz. Knoten



1. Schritt: Prüfung der Brauchbarkeit

Die Brauchbarkeit eines Tragwerks kann auf verschiedene Arten geprüft werden

a) kinematische Methode (siehe Kap. 2.3):

Prüfung, ob sich für jede Scheibe ein Widerspruch im Polplan finden läßt. Gibt es mindestens eine Scheibe, für die ein Widerspruch nicht besteht, so ist das Tragwerk kinematisch und damit unbrauchbar.

Diese Methode ist sehr zuverlässig, aber aufwendig und sollte daher nur angewandt werden, wenn die Methode b) nicht angewandt werden kann.

b) Aufbaukriterium

Bei Fachwerken können wir die Brauchbarkeit mit Hilfe der Bildungsgesetze überprüfen (siehe Kap. 6 Vorlesung TM/Baustatik 1.+2. Semester).

Bei biegesteifen Tragwerken können typische Tragwerksarten (siehe Bild) identifiziert werden, von denen die Brauchbarkeit bekannt ist. Zusätzliche Auflager oder biegesteife Ecken anstelle von Gelenken sind dabei für die Brauchbarkeit nicht schädlich. Bei Stabwerken mit einfacher, klarer Struktur läßt sich dieses Verfahren sehr gut anwenden.

		Grund-tragwerk	erweitertes Grundtragwerk	unbrauchbarer Ausnahmefall
1	Kragträger			—
2	Balken mit 3 Lagerkräften			
3	Dreigelenk-tragwerk			

2. Schritt: Bewertung

Ein Tragwerk ist dann statisch bestimmt, wenn es nicht kinematisch ist und außerdem das Abzählkriterium $n=0$ ergeben hat.

Ein Tragwerk ist dann statisch unbestimmt, wenn es nicht kinematisch ist und außerdem gilt: $n > 0$.

7. Erster Einblick in die Anwendung von Stabwerksprogrammen im Stahlbau

7.1 Erster Einblick in die Methode der Finiten Elemente

Schnittgrößenermittlung „von Hand“ bei aufwendigeren Stabwerken ($n > 1$) oder Flächentragwerken i.A. nicht wirtschaftlich oder sogar nicht möglich.

=> numerisches Lösungsverfahren erforderlich : Finite Element Methode

=> Computerverfahren; Anwendung von Hand unsinnig

=> Berechnung von Schnittgrößen, Spannungen, Verformungen

Das Tragwerk wird in viele endlich große Teile („Finite Elemente“) aufgeteilt, u.a.:

- Biegestab
- Fachwerkstab
- Dreieck-Flächenelement
- Viereck-Flächenelement (Quad-Element)

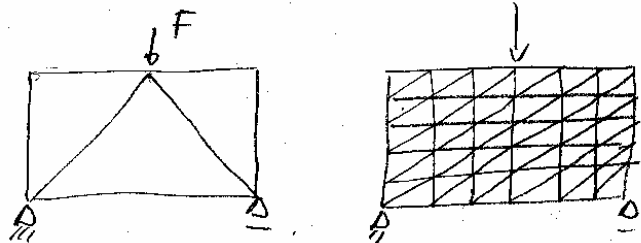
Für jedes Element gibt es geschlossene Lösungen. Bedingungen :

1. Gleichgewicht an jedem Element
2. Verschiebungen und Verzerrungen benachbarter Elemente sind verträglich (d.h. kein Klaffen oder Durchdringen)
3. Verzerrungen/Schnittgrößen => Werkstoffgesetz (z.B. Hooksches Gesetz)

Benachbarte Elemente haben an den Knoten Kontakt

=> an den „Knoten“ werden die 3 Bedingungen erfüllt

- Bei Flächenelementen : In je mehr Elemente ein Tw aufgeteilt ist, desto genauer wird das Ergebnis
- Bei Stabwerken : Für jeden Stab i.d.R. 1 Element, feinere Elementierung bringt meist keinen Vorteil.
- Kräfte können nur an den Knoten angreifen



Übersicht über Anwendungsmöglichkeiten der FE Methode sind ansprechend im Spektrum der Wissenschaft, Heft 3 / 1997 S. 90 dargestellt

Freiheitsgrade („Degrees of Freedom“, DOF)

Das Tw wird durch Freiheitsgrade beschrieben. Freiheitsgrade treten an Knoten auf. Ein Knoten in einem ebenen Tragwerk hat 3 DOF: vertikale und horizontale Verschiebung und Verdrehung. Ein Knoten eines räumlichen Tragwerks kann dagegen 6 DOF belegen: 3 Translationen u_x , u_y , u_z und 3 Rotationen φ_x , φ_y , φ_z . Jeder DOF belegt eine Zeile /Spalte des Gleichungssystem, aus dessen Lösung sich schließlich die gesuchten Verformungen ergeben.

Die Elemente (Z.B. Fachwerkstäbe, Biegebalken, Schalen usw.) belegt die DOF. Ein Fachwerkstab in einem ebenen Tragwerk belegt z.B. 2 von 3 DOF eines Knotens. Der 3. DOF, die Rotation, wird nicht belegt, da ein Fachwerkstab keine Momente aufweist und gelenkig am Knoten angeschlossen ist.

7.2 Benutzung des Programmes „STAB2D“

Kurzbeschreibung des Programms STAB2D für Windows

© C. Seeßelberg ; Version 8.6.2000

(Programm : © Institut für Statik, Uni Hannover, Germany)

1. Voraussetzungen

STAB2D ist ein Programm, das für die Ausbildung an Hochschulen geschaffen wurde. Die Demo-Version ist Public Domain; volle Leistungsfähigkeit; Demo-Markierung auf dem Ausdruck, keine Haftung bei Schäden; kommerzielle Nutzung nicht gestattet. Die aktuelle Demoversion zu Stab2D liegt auf dem Server des Instituts für Statik und kann über das Internet per WWW bezogen werden:

<http://www.statik.uni-hannover.de>

2. Leistungsbeschreibung

- ebene Stabwerke, Belastung in der Tragwerksebene, keine Schubverformung
- Theorie I. und Theorie II., Knicklast (Nullstelle der Knickdeterminante)
- Beliebig viele Knoten, Stabelemente, N- Q- M-Gelenke, Auflager
- Lasten : Knotenlasten, Stablasten, Temperaturen, vorgeschriebene Verformungen usw.
- Eingabe in beliebigen Einheiten, jedoch müssen alle Einheiten durchgehend konsequent verwendet sein. (kN und m oder kN und cm sinnvoll)

Nicht möglich sind :

- Lastfallüberlagerung
- Berücksichtigung von Teilsicherheitsbeiwerten oder anderen Faktoren
- Nachweisführung gemäß DIN 18800

3. Beschreibung der Bedienung

Vor der Berechnung müssen das System und die Belastung bekannt sein. Diese können entweder aus einer Datei eingelesen oder über Eingabemasken definiert sein. Die Geometriedaten und die Belastungsdaten werden voneinander getrennt abgespeichert. Die Datei mit den Geometrieinformationen hat die Endung .ssy, die Lastfalldatei hat die Endung .sla. Außerdem können auch Dateien früherer Versionen von Stab2D mit den Endungen .sys und .las eingelesen werden. Dabei sollte insbesondere bei den Knoten- und Einzellasten darauf geachtet werden, daß es bei dieser Version von Stab2D Gelenklasten als eine neue Belastungsart zur Verfügung stehen. Die abgespeicherten Dateien sind nicht kompatibel zu früheren Versionen von Stab2D.

Bei der Eingabe ist auf die Kompatibilität der Einheiten zu beachten. Das Programm Stab2D verfügt nicht über Einheitenkontrollen. Die von Benutzer angegebenen Einheiten müssen untereinander kompatibel sein. Da es sich um eine statische Berechnung handelt, sind nur Einheiten für die Kraft K und für die Länge L zu wählen. Sämtliche Eingaben (d.h. Geometrieabmessungen, Materialdaten und Belastung) müssen diese Einheiten benutzen. Die Ergebnisse haben auch diese gewählten Einheiten. Die Verdrehungen sind im Bogenmass (Radiant) angegeben.

Sowohl die Eingabemaske System als auch die Eingabemaske Belastung besitzen folgende Knöpfe:

- Neue Geometrie/Belastung
- Existierende Geometrie/Belastung öffnen
- Geometrie/Belastung speichern
- Aktive Zeile löschen
- Plausibilitätskontrolle der Eingabedaten

Koordinatensystem: Die positiven Koordinatenrichtungen sind folgende :

- X läuft von links nach rechts
- Z läuft von oben nach unten

Systeminfo.: Die Eingabemaske System besteht aus folgenden Formularen:

- Knoten
- Stäbe
- Querschnittstypen
- Gelenke

3.1 Knotenkoordinaten

Knotenkoordinaten in globaler x (nach rechts pos.) und z Richtung (nach unten pos.) angeben. Der Anfangspunkt und der Endpunkt jedes Stabes ist mit einem Knoten identisch. Für die Angabe der Koordinaten müssen konsistente Einheiten benutzt werden.

- x - [L] horizontale Koordinate
- z - [L] vertikale Koordinate

Auflager werden bei der Knotendefinition angegeben (j=Auflager, n =frei).

- x - Verschiebung in der horizontalen Richtung wird verhindert
- z - Verschiebung in der vertikalen Richtung wird verhindert
- R - Verdrehung wird verhindert
- Schiefstellung - Auflagerverdrehung in Grad

3.2 Stäbe

werden zwischen 2 Knoten gelegt und mit einer zugehörigen Querschnittsnummer beschrieben. In dieser Eingabemaske werden die Stäbe über die Knoten definiert und es wird ihnen ein Querschnittstyp zugewiesen. Die Richtung vom Anfangsknoten zum Endknoten ist gleichzeitig die positive Stabrichtung.

Lokales Koordinatensystem : pos. x in Richtung vom 1. zum 2. Knoten, y zeigt aus Bildebene heraus, z ergibt sich aus rechte-Hand-Regel

- Anfang -[] Anfangsknoten
- Ende -[] Endknoten
- Querschnittsnr.-[] Nummer des Querschnittstypus
- Stabdicke -[L] (optional, nur bei T-Lastfällen notwendig)

- Intervalle -[] Anzahl der Auswertungspunkte (optional)
- Stablänge -[] kann nicht editiert werden; dient zur Kontrolle

Die Ergebnisse werden in Textform für den Anfangs- und Endpunkt jedes Stabsegments ausgewertet. Ist die Anzahl der Intervalle grösser als 1 definiert, werden Ergebnisse auch für entsprechende Punkte auf dem Stabsegment angegeben.

3.3 Querschnitte

Die Querschnittseigenschaften jedes Stabes sind über eine Querschnittsnummer bestimmt. In der Querschnittstypenmaske können verschiedene Querschnittstypen definiert werden. Alle benutzten Einheiten müssen mit den Längenangaben und den Lastangaben kompatibel sein.

- Elastizitätsmodul - $[K/L^2]$
- Trägheitsmoment - $[L^4]$
- Fläche - $[L^2]$
- Temperaturexpansionskoeffizient- [-] (optional)

Falls das Tragwerk näherungsweise als dehnstarr angenommen werden soll, muß die Querschnittsfläche A als sehr großer Wert eingegeben werden.

Für E, I und A müssen immer Werte gegeben werden, nicht aber für α_T .

3.4 Gelenke

In jedem definierten Stab können mehrere Gelenke vorkommen.

- Stabnr - Nummer des Stabes
- x-Pos - Relative Gelenkposition (von 0 bis 1)
- Typ - freigeschnittene Schnittgröße (M, N oder Q)

3.5 Lastfallinformationen

Die Eingabemaske Belastung besteht aus folgenden Formularen:

- Knotenlasten
- Zwangsverschiebungen
- Streckenlasten
- Einzellasten
- Temperaturlasten
- Vorverformung
- Gelenklasten

Knotenlasten :

In dieser Maske können Knotenlasten, die in den vorhandenen Knoten angreifen, definiert werden. Innerhalb einer Zeile muß die Knotennummer-Von kleiner oder gleich der Knotennummer-Bis sein.

Lastkomponenten im globalen Koordinatensystem angeben.

- Knoten

von - Nummer des ersten Knotens, in dem die Last angreift
 bis - Nummer des letzten Knotens, in dem die Last angreift

- Lastkomponenten in positiven Koordinatenrichtungen (vgl. auch Einheiten)

x - [K] Last in der horizontalen Richtung
 z - [K] Last in der vertikalen Richtung
 Moment - [K*L]

Zwangsverformungen

In dieser Maske können Zwangsverschiebungen, die in den vorhandenen Knoten angreifen, definiert werden.

Innerhalb einer Zeile muß die Knotennummer-Von kleiner oder gleich der Knotennummer-Bis sein.

- Knoten

von - Nummer des ersten Knotens, in dem die Last angreift
 bis - Nummer des letzten Knotens, in dem die Last angreift

- Lastkomponenten in positiven Koordinatenrichtungen (vgl. auch Einheiten)

x - [L] Last in der horizontalen Richtung
 z - [L] Last in der vertikalen Richtung
 Rotation - []

Streckenlasten

In dieser Maske können Streckenlasten, die an vorhandenen Stäben angreifen, definiert werden. Es können keine Streckenmomente eingegeben werden. In der Spalte Lokal/Global kann angegeben werden ob sich die Belastungen auf das globale (z.B. Schneelasten) oder das lokale (z.B. Windlasten) Koordinatensystem beziehen sollen. In den letzten beiden Spalten kann auch eine Teilbelastung des Stabes eingegeben werden. Innerhalb einer Zeile muß die Stabnummer-Von kleiner oder gleich der Stabnummer-Bis sein.

- Stäbe

von - Nummer des ersten Stabes, an dem die Last angreift
 bis - Nummer des letzten Stabes, an dem die Last angreift

- Lokal/Global - Definition des Koordinatensystems (s.o.)

- Lastkomponenten in positiven Koordinatenrichtungen (vgl. auch Einheiten)

Quer/X-Richtung - Querkraft oder horizontale Kraft (Lokal/Global)
 Längs/Z-Richtung - Normalkraft oder vertikale Kraft (Lokal/Global)
 Anfang - [K/L] Kraft am Anfang jedes Stabes
 Ende - [K/L] Kraft am Ende jedes Stabes

- Teilbelastung relative Stabpositionen

von - Anfangsposition der Streckenlast (Standardmäßig = 0)
 bis - Endposition der Streckenlast (Standardmäßig = 1)

Einzellasten

Einzellasten, die nicht in vorhandenen Knoten angreifen, sondern in einem allgemeinen Punkt eines Stabes wirken, können in dieser Maske definiert werden.

- Stabnr - Nummer des Stabs
- x-Position - relative Stabposition
 0.0 - Segmentanfang
 1.0 - Segmentende
- Lastkomponenten (vgl. auch Einheiten)
 - N - [K] Last in Stabachse
 - Q - [K] Last senkrecht zur Stabachse
 - Moment - [K*L]

Temperaturlast

In dieser Maske können Temperaturlasten, die an vorhandenen Stäben angreifen, definiert werden.

- Stäbe
 - von - Nummer des ersten Stabes, an dem die Last angreift
 - bis - Nummer des letzten Stabes, an dem die Last angreift
- Temperatur im Schwerpunkt - Gleichmäßige Erwärmung
- Temperaturdifferenz $T_u - T_o$ - Ungleichmäßige Erwärmung
 - T_u - Temperatur unten
 - T_o - Temperatur oben

Vorverformung

Für die Berechnung nach Theorie 2.Ordnung sind Vorverformungen an vorhandenen Stäben definierbar.

- Stab
 - von - Nummer des ersten Stabes, an dem die Vorverformung angreift
 - bis - Nummer des letzten Stabes, an dem die Vorverformung angreift
- Schiefstellung w_0/l - [] Winkel der Starrkörperverformung
- Vorkrümmung w_f/l - [] parab. Vorkrümmung mit dem max. Stich "wf"

Gelenklasten

In dieser Maske können an vorhandenen Gelenken entgegengesetzte Kräftepaare oder Verformungen angesetzt werden.

- Gelenknr. - Nummer des Gelenkes, das belastet werden soll
- Last/Verformung - Wahl zwischen einem Kräftepaar oder einer Verformung
- Wert - Größe der Last oder Verformung

Mehrere Lastfälle

In einer Datei *.sla wird ein einzelner Lastfall definiert. Bei mehreren Lastfällen müssen entsprechend mehrere Dateien angelegt werden.

3.6 Berechnung

Zunächst Plausibilitätskontrolle in den Eingabefenstern sinnvoll.

- Theorie I. Ordnung
- Theorie II. Ordnung: iteratives Berechnungsverfahren; erst lineare Berechnung, dann Abschätzung des Fehlers; zweiter Loop muß mit „weiter“ gestartet werden; wdh, bis Fehler ausreichend klein.
- Knickuntersuchung : Es wird die kritische Last nach der klassischen Stabilitätstheorie berechnet. Ergebnis : kritischer Lastfaktor = Faktor, mit dem die vorhandene Last multipliziert werden muß bis zum Stabilitätsversagen. Das Ergebnis wird nur fehlerfrei berechnet, wenn die Knicklast maximal 100-fach größer ist als die eingegebene Belastung.

3.7 Ergebnissdarstellung / Ausdruck

- numerisch in Tabellenform : Sämtliche Ergebnisse
- grafisch im Grafikfenster : Schnittgrößenverläufe; Biegelinie

3.7.1 Grafische Ausgabe

Eingabedaten und Ergebnisse können grafisch dargestellt werden. Im grafischen Fenster stehen verschiedene Funktionsknöpfe zur Verfügung:

- Drucken
Das aktuelle Grafikfenster wird gedruckt. Als Alternative hierzu können über den Menüpunkt Datei/Grafiken drucken auch sämtliche zur Zeit geöffneten Grafikfenster auf einer Seite in gekachelter Form gedruckt werden.
- In die Zwischenablage kopieren
Das Bild steht für andere Anwendungen zur Ververfügung.
- Bild vergrößern
Der mit der Maus selektierte Ausschnitt wird vergrößert.
- Auf Originalgröße skalieren.
- Bild verschieben
Mit der Maus wird die Grafik verschoben.
- Knotennummer anzeigen
- Stabnummer anzeigen
- Gelenknummer anzeigen
- Querschnittsnummer anzeigen
- Numerische Werte anzeigen
- Extremwerte anzeigen
- Auflager anzeigen
- Belastung anzeigen
- Auflagerkräfte anzeigen
- Textskalierung, Funktionenskalierung, Verschiebungsskalierung

In einem Grafikfenster können sowohl Eingabedaten als auch Ergebnisse ausgegeben werden. Sämtliche grafischen Darstellungen können skaliert werden.

3.7.2 Textausgabe

Das Eingabeprotokoll und das Ergebnisprotokoll werden mit Hilfe eines externen Programms dargestellt und ausgedruckt. Voreingestellt ist dafür das Programm `redit.exe`, es kann aber auch jedes Editorprogramm (z.B. `notepad.exe`) verwendet werden. Die Protokolle werden in eine temporäre Textdatei geschrieben. Der Editor wird dann mit dem Dateinamen als Parameter aufgerufen. Nach Beenden des Programms `Stab2D` werden sämtliche temporären Dateien gelöscht. Das Editor-Programm wird in der Eingabemaske Ausdruckeinstellung oder bei den allgemeinen Einstellungen ausgewählt. Wenn das Verzeichnis des Editorprogramms nicht im Pfad steht, muß hier der Programmname mit seinem komplettem Pfad angegeben werden. Ein Abspeichern des Textes ist mit dem voreingestellten Editor `redit.exe` nicht möglich. Text kann jedoch in die Zwischenablage übertragen und danach in ein beliebiges Textverarbeitungsprogramm kopiert werden.

3.8 Mögliche Fehlfunktionen des Programms

- Bei schiefen Auflagern wird nicht die ganze Auflagerlast gezeigt, sondern nur die Kraft in Koordinatenrichtung

-

4. Kontrolle der Berechnungsergebnisse

Mit der Kontrolle soll der Anwender sicherstellen, daß die Ergebnisse nicht wegen versehentlich fehlerhafter Eingabe falsch sind. Folgende Möglichkeiten bestehen :

- Vor der Berechnung : Kontrolle der Eingabedaten im Grafikfenster : haben alle äußeren Lasten den richtigen Angriffspunkt, die richtige Größe und die richtige Richtung ? Ist das Tragwerk korrekt wiedergegeben?
- Gleichgewichtskontrolle : stehen äußere Lasten mit den Auflagerreaktionen im Gleichgewicht ?
- Prüfen der Biegelinie : stehen alle Verformungen in Einklang mit den Möglichkeiten des Tragwerks; biegt sich das Tragwerk in die richtige Richtung durch?
- Prüfen der maximalen Verformung : Ist die Größe der maximalen Durchbiegung plausibel?

Eingabemasken STAB2D für Windows

Version 4.6.2000

a) Knoteninformation

Nr	Knoten koordinaten		Auflager		(j/n)	Verdrehung In Grad
	x-Koor.	z-Koor.	x	z	Rot	
1						
2						
3						
4						
5						
6						
7						

b) Stabinformation

Nr	Knoten Anf.	Nr. End	Quer.-Nr.	Stabdicke (nur Lf T)	Intervalle
1					
2					
3					
4					
5					
6					
7					
8					
9					
10					

c) Gelenke

Nr	StabNr.	x-Pos. (0 - 1)	Typ (M, N, Q)
1			
2			
3			
4			
5			
6			
7			
8			
9			
10			

d) Querschnittsinformation

Quer.Nr.	E-Modul	Trägheitsmom. I	Fläche A	α_T
1				
2				
3				

e) Belastung - Knotenlasten

Last Nr	Knoten von	bis	Einzellast in		
			x-Richtung	z-Richtung	Moment
1					
2					
3					

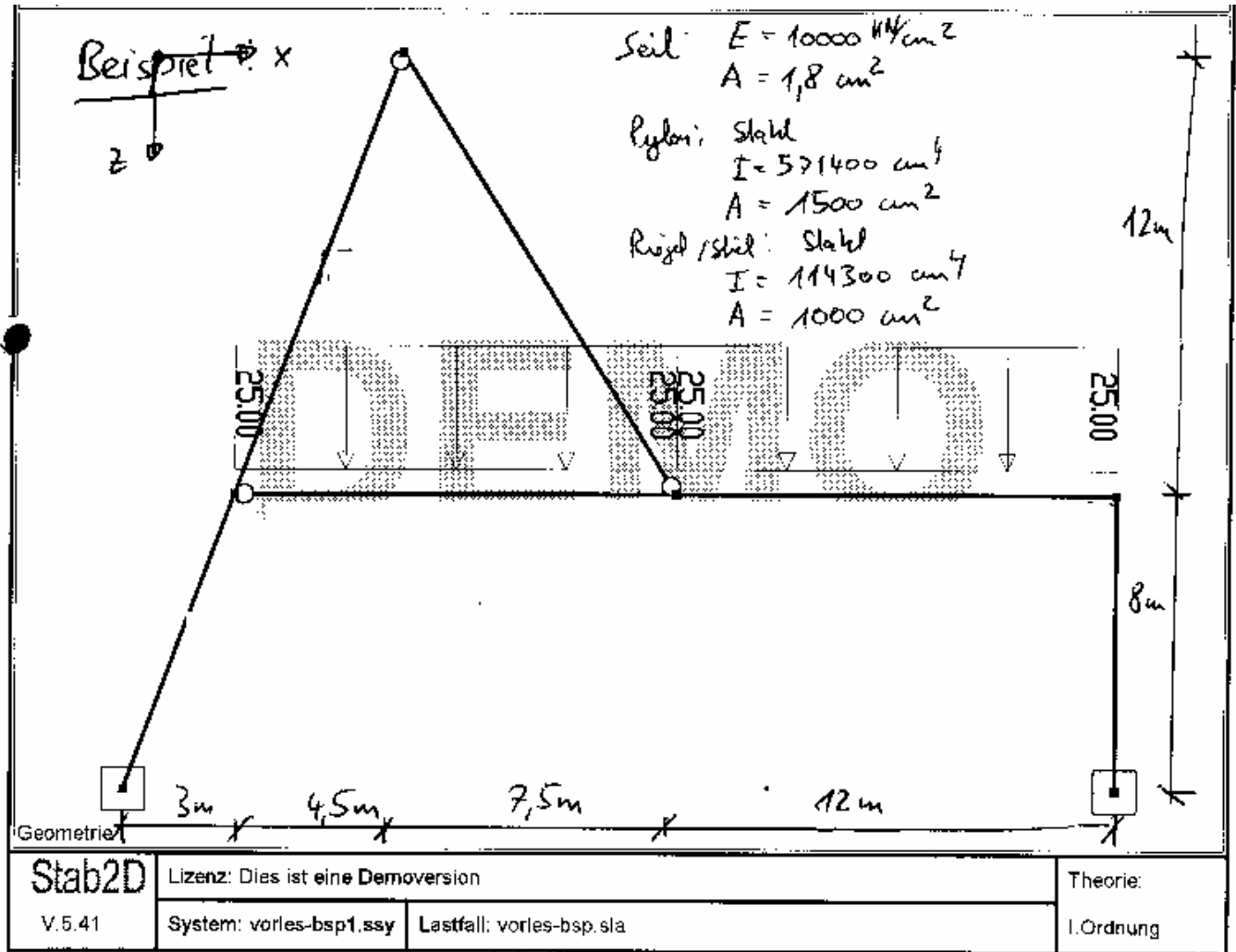
f) Belastung - Streckenlasten

Last Nr	Stäbe von		Lokal Glob.(l/g)	Streckenlast in				Teilbelastung (0 - 1)	
	bis	quer / x-Richt.		Längs / z-R.		von	bis		
		Anfang		Ende	Anfang			Ende	
1									
2									
3									
4									

g) Belastung - Einzellasten in Stäben

Last Nr	Stab Nr.	x-Pos. von 0.0 - 1.0	N-Richtung	Lokale Last Q-Richtung	in M
1					
2					
3					

Beispiel : (Pylon+Riegel+Seil, siehe Übung KGV)



Stab2d - Ausdruck der Eingabewerte
 Dieses Programm ist lizenziert für: Dies ist eine Demoverision
 Adresse :
 20:16:14 05.06.00

=====
 System : C:\FH\Stab2D-Daten\vorles-bsp1.ssy
 Lastfall: C:\FH\Stab2D-Daten\vorles-bsp.sla
 =====

----- System -----

Knoten

Nr	Knotenkoordinaten		Auflager			Schiefstellung (in°)
	x	z	x	z	R	
1	0.000	20.00	J	J	J	0
2	3.000	12.00	N	N	N	0
3	7.500	0.000	N	N	N	0
4	15.00	12.00	N	N	N	0
5	27.00	12.00	N	N	N	0
6	27.00	20.00	J	J	J	0

Stäbe

Stabnr	Knotennummer		Querschnitt	Stabdicke
	Anfang	Ende		
1	1	2	1	0.5000
2	2	3	1	0.5000
3	3	4	2	0.5000
4	2	4	3	0.5000
5	4	5	3	0.5000
6	5	6	3	0.5000

Querschnittstypen

Nr	E-Modul	Tägheitsmoment	Fläche	Temperaturausd.koeff.
1	2.100e+08	0.005714	0.1500	1.200e-05
2	1.000e+08	0.0001000	0.0001800	1.200e-05
3	2.100e+08	0.001143	0.1000	1.200e-05

Gelenke

Nr	StabNr	x-Pos	Typ
1	2	1.000	M
2	3	1.000	M
3	4	0.000	M

----- Belastungen -----

Streckenlasten

Last	Lastkomponenten								
	Stäbe		Lokal/ Global	Querrichtung		Längsrichtung		Teilbelastung	
	von	bis		Anfang	Ende	Anfang	Ende	von	bis
1	4	5	Global	0.000	0.000	25.00	25.00	0.000	1.000

Stab2D - Ausdruck der Ergebnisse
 Dieses Programm ist lizenziert für: Dies ist eine Demoverision
 Adresse : 20:19:52 05.06.00

=====
 System : C:\FH\Stab2D-Daten\vorles-bsp1.ssy
 Lastfall: C:\FH\Stab2D-Daten\vorles-bsp.sla
 =====

Ergebnisse: I.Ordnung

----- Knotenverschiebung -----

Knoten	wx	wz	Rotation
1	-0.000	-0.000	-0.000
2	0.008829	0.003414	0.003407

3	0.09157	0.03447	0.01025		
4	0.008666	0.1756	-0.005085		
5	0.008532	0.0001176	-0.008296		
6	-0.000	-0.000	-0.000		
----- Schnittkräfte -----					
Stab Nr.1					
Kraft	Maximum	Xi-Max	Minimum	Xi-Min	

N	-355.2	0.000	-355.2	0.000	
Q	-117.4	0.000	-117.4	0.000	
M	23.28	0.000	-980.1	1.000	
Stab Nr.2					
Kraft	Maximum	Xi-Max	Minimum	Xi-Min	

N	-58.55	0.000	-58.55	0.000	
Q	76.48	0.000	76.48	0.000	
M	7.789e-13	1.000	-980.1	0.000	
Stab Nr.3					
Kraft	Maximum	Xi-Max	Minimum	Xi-Min	

N	96.32	0.000	96.32	0.000	
Q	5.218e-15	0.000	5.218e-15	0.000	
M	2.345e-15	1.000	6.037e-16	0.000	
Stab Nr.4					
Kraft	Maximum	Xi-Max	Minimum	Xi-Min	

N	-285.7	0.000	-285.7	0.000	
Q	209.7	0.000	-90.32	1.000	
M	879.3	0.7000	-2.842e-13	0.000	
Stab Nr.5					
Kraft	Maximum	Xi-Max	Minimum	Xi-Min	

N	-234.7	0.000	-234.7	0.000	
Q	-8.646	0.000	-308.6	1.000	
M	716.1	0.000	-1188.	1.000	
Stab Nr.6					
Kraft	Maximum	Xi-Max	Minimum	Xi-Min	

N	-308.6	0.000	-308.6	0.000	
Q	234.7	0.000	234.7	0.000	
M	689.8	1.000	-1188.	0.000	
----- Schnittkräfte des Stabes 1 in 1/1 Punkten -----					
Xi-Pos	N	Q	M		
0.000	-355.2	-117.4	23.28		
1.000	-355.2	-117.4	-980.1		
.....					
----- Schnittkräfte des Stabes 6 in 1/1 Punkten -----					
Xi-Pos	N	Q	M		
0.000	-308.6	234.7	-1188.		
1.000	-308.6	234.7	689.8		
----- Auflagerkräfte -----					
Knoten	x	z	Rotation		

1	234.7	-291.4	23.28		
6	-234.7	-308.6	-689.8		
----- Gelenkverschiebung -----					
Gelenk	rechte Seite	linke Seite	Gesamt		

1	0.008641	0.01025	-0.001613		
2	0.01025	-0.005085	0.01534		
3	0.003407	0.02781	-0.02441		

7.4 Übungen mit Stab2D am Computer

Teil I: Kennenlernen des Programmes

- S2dinstall.exe befindet sich im Ordner g:\Dozenten\Seesselberg\stab2d

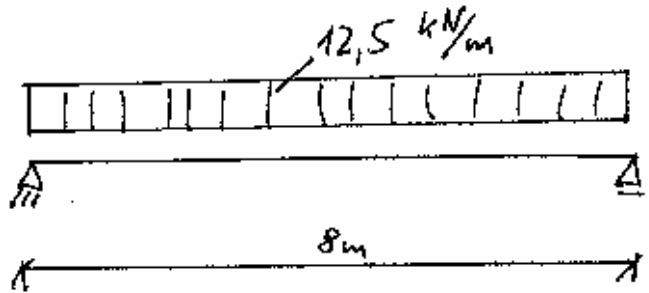
Teil II: Kleine Beispiele

Beispiel 2: Träger

- $I = 15000 \text{ cm}^4$
- $E = 21000 \text{ kN/cm}^2$

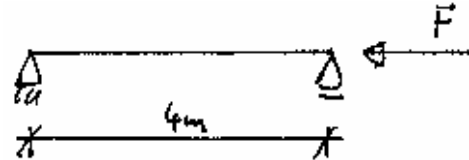
Vorgehensweise

- Berechnungsmodell skizzieren:
Knoten, Stäbe, Querschnitte
- Menü „Datei“ - neu
- Knoten eingeben mit Auflagerbedingungen
- Stäbe eingeben
- Querschnitt eingeben
- Belastung Streckenlast eingeben
- Eingabe grafisch kontrollieren, Plausibilitätsprüfung
- Berechnung nach Th.I.O.
- Ergebnisse prüfen
- Speichern



4.) Beispiel 4: Knickstab

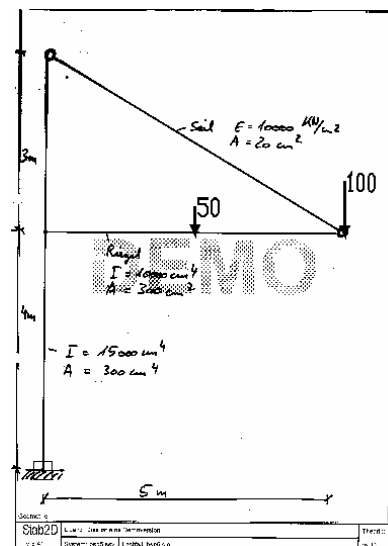
- $I = 10000 \text{ cm}^4$
- $E = 21000 \text{ kN/cm}^2$
- $A = 200 \text{ cm}^2$
- Einheiten: kN und cm oder kN und m



- Eulersche Knicklast:
$$F_{ki} = \frac{\pi^2 \cdot EI}{s_k^2} = \frac{\pi^2 \cdot 21000 \cdot 10000}{400^2} = 12954 \text{ kN}$$

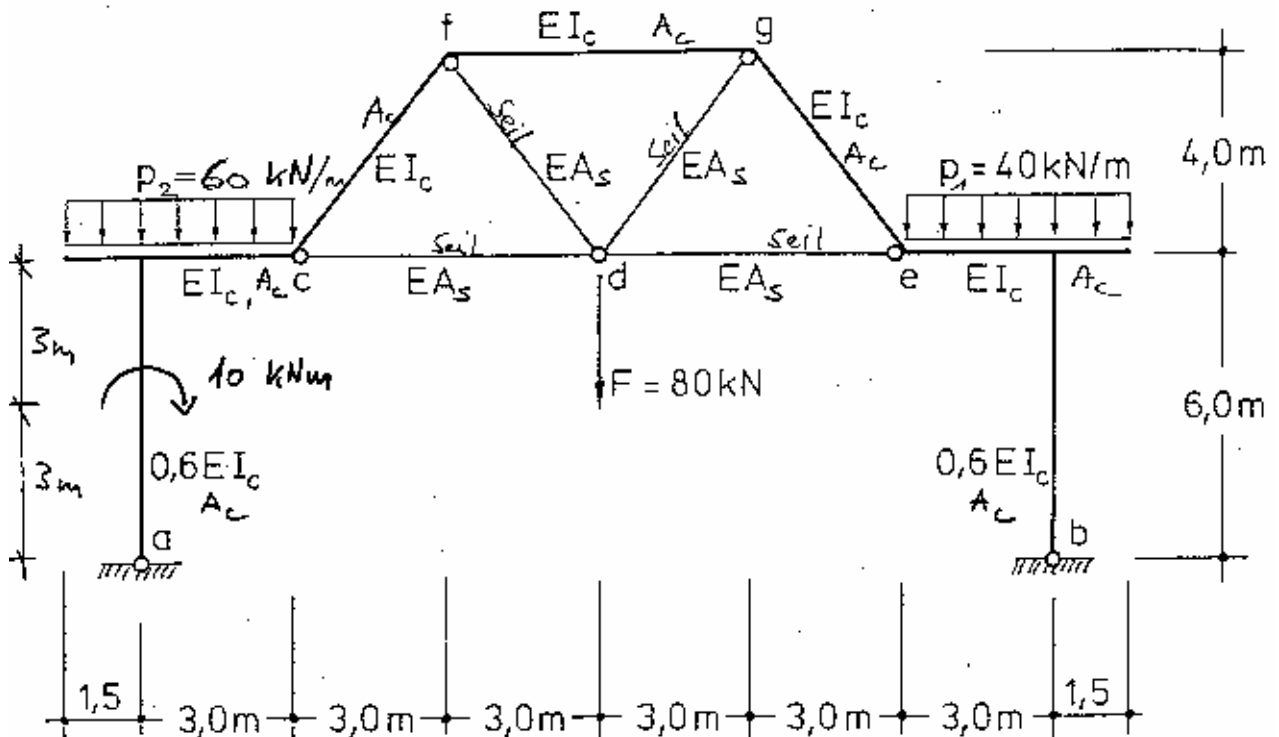
Beispiel 5: Rahmen mit Seilabspannung (bsp5.*)

- Seil: $E = 10000 \text{ kN/cm}^2$; $A = 20 \text{ cm}^2$
- Riegel: $I = 10000 \text{ cm}^4$; $A = 300 \text{ cm}^2$
- Stiel: $I = 15000 \text{ cm}^4$; $A = 300 \text{ cm}^2$
- ges.: Zustandslinien, Auflagerkräfte

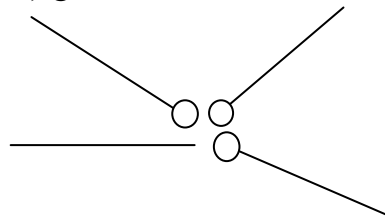


Teil III : Großes Beispiel

Beispiel 6): gemischtes Tragwerk

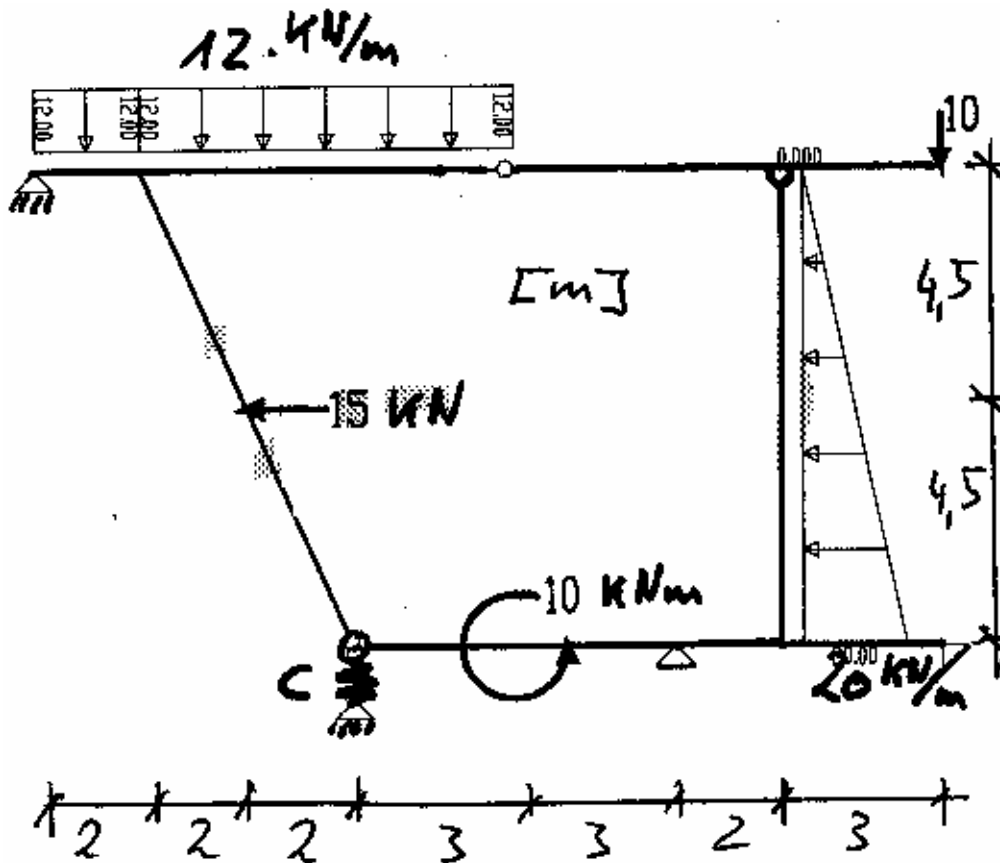


- Fachwerkstäbe: an beiden Stabenden im Menü Stab ein M-Gelenk angeben
- Achtung: Ein Knoten mit n Stäben darf nur (n-1) Gelenke haben: Einen einzigen Stab (völlig egal, welcher) gelenklos lassen!



- Werkstoff: Stahl
- $I_c = 100000 \text{ cm}^4$
- $A_c = 200 \text{ cm}^2$
- Seil: $E = 11000 \text{ kN/cm}^2$
- $A_s = 30 \text{ cm}^2$
- gesucht: Schnittgrößen, Zustandlinie

Beispiel 7:



Geg.:

- Riegel oben und unten IPE 400
- Stiele: HEA 300
- Federsteifigkeit $C = 100 \text{ kN/cm}$

Gesucht: Alle Zustandslinien und die Biegelinie

Modellierung der Senkfeder in einen Pendelstab:

$$C = \frac{EA}{L} \rightarrow A = \frac{C \cdot L}{E}$$

Die Länge L des Ersatz-Pendelstabs kann willkürlich gewählt werden.